Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Mediana, dominanta i prawdopodobieństwo

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Odczytujemy uporządkowane pozycje 60 i 61, które mają wartości 7 i 8. Ich średnia to $\frac{15}{2}$. Największa liczebność odpowiada 8 godzinom, stąd dominanta to 8. Spośród 120 osób 12 podało 10 godzin, zatem $P = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$.

Odpowiedź: $\frac{15}{2}$; 8; $\frac{1}{10}$

1 / Od schematu do wyzwania

1. Wyznacz medianę i dominantę danych $5, 7, 7, 9, 11$.

Odpowiedź: $7, 7$

Dane są uporządkowane. Mediana to 3.pozycja. Jedyną najczęstszą wartością jest 7.

2. Liczbom 1,2,3,4 odpowiadają liczebności 2,3,4,1. Oblicz medianę i średnią.

Odpowiedź: $\text{Me} = 5/2,\ \bar{x} = 12/5$

Jest 10 danych. Pozycje 5 i 6 to 2 i 3, więc mediana 2,5. Suma ważona $2 + 6 + 12 + 4 = 24$, zatem średnia 24/10.

3. Do danych $4, 6, 7, 9$ dodano 15. Oblicz medianę przed i po zmianie.

Odpowiedź: $\frac{13}{2}$; 7

Przed zmianą średnia 2.i 3.elementu to $\frac{13}{2}$. Po dopisaniu największej liczby środkowa jest 3.pozycja, czyli 7.

4. Dane mają postać $5, 7, x, 9, 11$. Znajdź wszystkie rzeczywiste x, dla których mediana wynosi 7.

Odpowiedź: $x \leq 7$

Dla x≤7 co najmniej 3 dane nie przekraczają 7, ale tylko 2 są mniejsze. Dla x>7 środkowa wartość jest większaod 7.

5. Dane $5, 7, x, 9, 11$ mają średnią 8. Znajdź x i medianę.

Odpowiedź: $x = 8,\ \text{Me} = 8$

Suma znanych wartości to 32. Równanie $32 + x = 5 \cdot 8$ daje $x = 8$. Po uporządkowaniu to także środkowa wartość.

6. Pięć liczb całkowitych ma średnią i medianę 7, jedyną dominantę 7 oraz rozstęp 2. Wyznacz wszystkie zestawy i uzasadnij jednoznaczność.

Odpowiedź: $6, 7, 7, 7, 8$

Skoro średnia wynosi 7, a rozstęp 2, skrajne wartości muszą wynosić 6 i 8; inaczej wszystkie liczby byłyby po jednej stronie średniej. Liczebności skrajnych wartości są równe, bo ich odchylenia od średniej mają przeciwne znaki. Możliwe liczebności to(1,3,1)lub(2,1,2). Tylko pierwsza daje jedyną dominantę 7.

2 / Małe kroki

1. Uporządkuj $9, 6, 7$, a następnie podaj medianę.

Odpowiedź: 7

Po uporządkowaniu środkowym elementem jest 7.

2. Oblicz medianę danych $5, 7, 9, 11$.

Odpowiedź: 8

Środkowe wartości to 7 i 9; ich średnia wynosi 8.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Podaj medianę $6, 7, 9$.

Odpowiedź: 7

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $5, 7, 9, 11$.

Odpowiedź: 8

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $7, 7, 8, 9$.

Odpowiedź: 7

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa B

1. Podaj medianę $7, 8, 10$.

Odpowiedź: 8

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $6, 8, 10, 12$.

Odpowiedź: 9

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $8, 8, 9, 10$.

Odpowiedź: 8

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa C

1. Podaj medianę $8, 9, 11$.

Odpowiedź: 9

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $7, 9, 11, 13$.

Odpowiedź: 10

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $9, 9, 10, 11$.

Odpowiedź: 9

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa D

1. Podaj medianę $9, 10, 12$.

Odpowiedź: 10

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $8, 10, 12, 14$.

Odpowiedź: 11

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $10, 10, 11, 12$.

Odpowiedź: 10

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Dane w kolejności pomiaru: $11, 5, 7$.

Odpowiedź: 7

Przed wyborem mediany trzeba uporządkować dane.

2. Dane uporządkowane: $5, 7, 9, 11$.

Odpowiedź: 8

Dla 4 danych bierzemy średnią 2.i 3.pozycji.

3. Dane: $7, 7, 8, 11$.

Odpowiedź: 7

Dominanta to najczęstsza, a nie największa wartość.

Grupa B

1. Dane w kolejności pomiaru: $12, 6, 8$.

Odpowiedź: 8

Przed wyborem mediany trzeba uporządkować dane.

2. Dane uporządkowane: $6, 8, 10, 12$.

Odpowiedź: 9

Dla 4 danych bierzemy średnią 2.i 3.pozycji.

3. Dane: $8, 8, 9, 12$.

Odpowiedź: 8

Dominanta to najczęstsza, a nie największa wartość.

5 / Matematyka w świecie

1. Czasy oczekiwania w minutach: $5, 7, 7, 9, 16$. Oblicz medianę.

Odpowiedź: 7

Środkowa 3.wartość po uporządkowaniu. Źródło opisuje miary środka danych.

2. Przychody 4 stoisk wyniosły $700, 700, 900, 1500$zł. Oblicz medianę przychodów.

Odpowiedź: 800zł

Środkowe wartości to 700 i 900 zł. Ich średnia to 800 zł.

3. Długości 5 siewek w mm: $6, 7, 7, 10, 11$. Podaj medianę i dominantę.

Odpowiedź: 7; 7

Środkowa i najczęstsza wartość to 7. Dane są umowne.

4. Uporządkowane dane to $5, 7, x, 11$. Mediana wynosi 8. Wyznacz x.

Odpowiedź: 9

$(7 + x)/2 = 8$ daje $x = 9$. Ta wartość zachowuje kolejność danych.