Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Prawdopodobieństwo sumy oczek

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Wyniki to uporządkowane pary. Jest ich $6 \cdot 6 = 36$. Uwzględniamy sumy od 11 do 12. Liczby par dla kolejnych sum to 2, 1, łącznie 3. Prawdopodobieństwo wynosi $\frac{3}{36}$. Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

1 / Od schematu do wyzwania

1. Rzucamy 2 razy uczciwą sześcienną kostką. Oblicz P, że suma jest nie mniejsza niż 7.

Odpowiedź: $\frac{7}{12}$

Dla pierwszego wyniku 1,2,3,4,5,6 liczby sprzyjających drugich wyników to 1,2,3,4,5,6. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 21. Stąd $P = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$.

2. Rzucamy 2 razy uczciwą sześcienną kostką. Oblicz P, że suma wynosi 7.

Odpowiedź: $\frac{1}{6}$

Dla pierwszego wyniku 1,2,3,4,5,6 liczby sprzyjających drugich wyników to 1,1,1,1,1,1. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 6. Stąd $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

3. Rzucamy 2 razy uczciwą sześcienną kostką. Oblicz P, że wyniki są równe.

Odpowiedź: $\frac{1}{6}$

Dla pierwszego wyniku 1,2,3,4,5,6 liczby sprzyjających drugich wyników to 1,1,1,1,1,1. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 6. Stąd $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

4. Rzucamy 2 razy uczciwą sześcienną kostką. Oblicz P, że suma jest nie mniejsza niż 7 i wyniki są różne.

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

Dla pierwszego wyniku 1,2,3,4,5,6 liczby sprzyjających drugich wyników to 1,2,3,3,4,5. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 18. Stąd $P = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

5. Dla jakiego całkowitego progu t prawdopodobieństwo $P(\text{suma} \geq t)$ w 2 rzutach kostką wynosi 7/12?

Odpowiedź: 7

Potrzeba 21 z 36 wyników. Sumy 7,8,9,10,11,12 mają liczebności 6,5,4,3,2,1, razem 21. Dla progu 6 dochodzi 5 wyników, a dla 8 ubywa 6; monotoniczność wyklucza inne progi.

6. Bez wypisywania 36 wyników udowodnij, że w 2 rzutach kostką szansa podzielności sumy przez 3 jest równa szansie podzielności różnicy przez 3.

Odpowiedź: $P_1 = P_2 = \frac{1}{3}$

Każda reszta 0,1,2 występuje na 2 ściankach. Dla sumy sprzyjają pary reszt(0,0),(1,2),(2,1); dla różnicy:(0,0),(1,1),(2,2). Każda para reszt daje 4 wyniki, stąd w obu przypadkach 12 z 36.

2 / Małe kroki

1. Ile uporządkowanych wyników daje dwukrotny rzut 6-ścienną kostką?

Odpowiedź: 36

$6 \cdot 6 = 36$. Wynik: 36.

2. Rzucamy 2 razy kostką. Oblicz P dwóch szóstek.

Odpowiedź: $\frac{1}{36}$

Jedna para(6,6). Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku 1.

Odpowiedź: $\frac{1}{6}$

Jedna z 6 równych szans. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 6, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.

2. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku parzystego.

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

2,4,6. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 6, sprzyjających 3. Stąd $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

3. Ile jest par wyników 2 rzutów 6-ścienną kostką?

Odpowiedź: 36

$6 \cdot 6 = 36$. Wynik: 36.

4. Dwa rzuty kostką. Oblicz P sumy 2.

Odpowiedź: $\frac{1}{36}$

Tylko para(1,1). Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$.

Grupa B

1. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku 2.

Odpowiedź: $\frac{1}{6}$

Jedna z 6 równych szans. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 6, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.

2. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku parzystego.

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

2,4,6. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 6, sprzyjających 3. Stąd $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

3. Ile jest par wyników 2 rzutów 6-ścienną kostką?

Odpowiedź: 36

$6 \cdot 6 = 36$. Wynik: 36.

4. Dwa rzuty kostką. Oblicz P sumy 2.

Odpowiedź: $\frac{1}{36}$

Tylko para(1,1). Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$.

Grupa C

1. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku 3.

Odpowiedź: $\frac{1}{6}$

Jedna z 6 równych szans. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 6, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.

2. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku parzystego.

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

2,4,6. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 6, sprzyjających 3. Stąd $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

3. Ile jest par wyników 2 rzutów 6-ścienną kostką?

Odpowiedź: 36

$6 \cdot 6 = 36$. Wynik: 36.

4. Dwa rzuty kostką. Oblicz P sumy 2.

Odpowiedź: $\frac{1}{36}$

Tylko para(1,1). Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$.

Grupa D

1. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku 4.

Odpowiedź: $\frac{1}{6}$

Jedna z 6 równych szans. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 6, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.

2. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku parzystego.

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

2,4,6. Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 6, sprzyjających 3. Stąd $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

3. Ile jest par wyników 2 rzutów 6-ścienną kostką?

Odpowiedź: 36

$6 \cdot 6 = 36$. Wynik: 36.

4. Dwa rzuty kostką. Oblicz P sumy 2.

Odpowiedź: $\frac{1}{36}$

Tylko para(1,1). Wszystkich jednakowo prawdopodobnych wyników jest 36, sprzyjających 1. Stąd $P = \frac{1}{36} = \frac{1}{36}$.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Dwa rzuty uczciwą kostką.

Odpowiedź: 36

Wybory mnożymy:6 razy 6.

2. Obliczamy P sumy 7.

Odpowiedź: $P = 1/6$

Sumy 2 do 12 nie są jednakowo prawdopodobne. Sumę 7 daje 6 z 36 par.

3. Obliczamy P sumy 12.

Odpowiedź: $P = 1/36$

Para(6,6)występuje tylko raz.

Grupa B

1. Dwa niezależne rzuty uczciwą kostką.

Odpowiedź: 36

Wyniki mogą się powtarzać. W każdym rzucie pozostaje 6 możliwości.

2. Obliczamy P sumy 11 w dwóch rzutach.

Odpowiedź: $P = 2/36 = 1/18$

Sprzyjają dwie uporządkowane pary: (5,6) i (6,5).

3. Obliczamy P różnych wyników w dwóch rzutach.

Odpowiedź: $P = 5/6$

Równe wyniki daje 6 par, więc różnych jest 30 spośród 36.

5 / Matematyka w świecie

1. W grze pionek przesuwa się o sumę 2 rzutów kostką. Jaka jest szansa przesunięcia o 7?

Odpowiedź: $\frac{1}{6}$

Sześć par wyników z 36.

2. W modelowej promocji rabat przyznaje się po wyrzuceniu dwóch równych wyników na kostce. Oblicz P rabatu.

Odpowiedź: $\frac{1}{6}$

Są 6 par(a,a)z 36.

3. W symulacji terenowej 2 niezależne zdarzenia kodujemy wynikiem uczciwej kostki. Oblicz P, że oba kody są parzyste.

Odpowiedź: $\frac{1}{4}$

$3 \cdot 3 = 9$ sprzyjających par z 36.

4. Nagrodę daje suma co najmniej t w 2 rzutach. P nagrody wynosi 1/36. Znajdź całkowity próg t.

Odpowiedź: 12

Tylko suma 12 ma 1 wynik. Niższy próg daje więcej wyników, wyższy żadnego.