Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Objętość graniastosłupa sześciokątnego

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Podstawę dzielimy na sześć trójkątów równobocznych. Jej pole to $6\cdot\frac{3^2\sqrt{3}}{4}$. Wysokość to 3, więc objętość wynosi $\frac{6\cdot 3^3\sqrt{3}}{4}=\frac{81\sqrt{3}}{2}$. Odpowiedź: D.

Odpowiedź: D

1 / Od schematu do wyzwania

1. Graniastosłup prawidłowy sześciokątny ma bok podstawy 4 i wysokość 6. Oblicz pole podstawy oraz objętość.

Odpowiedź: $24\sqrt{3};\ 144\sqrt{3}$

Przyjmijmy pomocniczo $k=2$. Sześć równobocznych trójkątów daje pole 3 a²√3/2=6 k²√3. Po pomnożeniu przez wysokość 3 k dostajemy objętość 18 k³√3.

2. Bok podstawy prawidłowego sześciokątnego graniastosłupa to 4, a wysokość 6. Oblicz pole boczne i całkowite.

Odpowiedź: $144;\ 144+48\sqrt{3}$

Przyjmijmy pomocniczo $k=2$. Pole boczne to obwód podstawy razy wysokość: 6·2 k·3 k=36 k². Dodajemy dwie podstawy po 6 k²√3.

3. Objętość prawidłowego sześciokątnego graniastosłupa wynosi $144\sqrt{3}$, a wysokość 6. Odtwórz bok podstawy.

Odpowiedź: 4

Przyjmijmy pomocniczo $k=2$. Pole podstawy to V/h=6 k²√3. Równanie 3 a²√3/2=6 k²√3 daje a²=4 k², więc a=2 k.

4. Obwód podstawy prawidłowego sześciokątnego graniastosłupa wynosi 24, a pole boczne 144. Oblicz objętość.

Odpowiedź: $144\sqrt{3}$

Przyjmijmy pomocniczo $k=2$. Bok to obwód/6=2 k. Wysokość to pole boczne/obwód=3 k. Podstawa ma pole 6 k²√3, więc objętość 18 k³√3.

5. Wykaż, że w prawidłowym sześciokątnym graniastosłupie najdłuższa przekątna ma długość $\sqrt{4a^2+h^2}$.

Odpowiedź: $\sqrt{4a^2+h^2}$

Najdłuższa przekątna sześciokąta łączy przeciwległe wierzchołki i jest średnicą okręgu opisanego, więc ma długość 2 a. Z wysokością h tworzy prostokątny przekrój. Jego przekątna ma podaną długość z Pitagorasa.

6. Suma długości wszystkich krawędzi prawidłowego sześciokątnego graniastosłupa wynosi 144. Wyznacz wymiary dające największą objętość i ją uzasadnij.

Odpowiedź: $a=h=8;\ V_{max}=768\sqrt{3}$

Mamy 12 a+6 h=144, czyli 2 a+h=24. Nierówność średnich dla a,a,h daje a²h≤(8)³. Równość zachodzi dla a=h=8. Ponieważ V=(3√3/2)a²h, maksymalna objętość wynosi 768√3.

2 / Małe kroki

1. Foremny sześciokąt ma bok 4. Na ile trójkątów równobocznych dzielą go promienie?

Odpowiedź: 6

Każdy z sześciu boków wraz ze środkiem tworzy jeden taki trójkąt.

2. Graniastosłup ma pole podstawy 24 i wysokość 6. Oblicz objętość.

Odpowiedź: 144

Objętość graniastosłupa to pole podstawy razy wysokość.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Sześciokąt foremny ma bok 2. Podaj obwód.

Odpowiedź: 12

Sumujemy sześć boków.

2. Bok sześciokata to 4. Podaj jego pole.

Odpowiedź: $24\sqrt{3}$

Dodajemy pola sześciu trójkątów równobocznych.

3. Pole podstawy 4, wysokość 6. Podaj objętość graniastosłupa.

Odpowiedź: 24

Objętość to iloczyn pola podstawy i wysokości.

4. Obwód podstawy 12, wysokość 4. Oblicz pole boczne.

Odpowiedź: 48

P_b=obwód podstawy razy wysokość.

Grupa B

1. Sześciokąt foremny ma bok 3. Podaj obwód.

Odpowiedź: 18

Sumujemy sześć boków.

2. Bok sześciokąta to 6. Podaj jego pole.

Odpowiedź: $54\sqrt{3}$

Dodajemy pola sześciu trójkątów równobocznych.

3. Pole podstawy 6, wysokość 9. Podaj objętość graniastosłupa.

Odpowiedź: 54

Objętość to iloczyn pola podstawy i wysokości.

4. Obwód podstawy 18, wysokość 6. Oblicz pole boczne.

Odpowiedź: 108

P_b=obwód podstawy razy wysokość.

Grupa C

1. Sześciokąt foremny ma bok 4. Podaj obwód.

Odpowiedź: 24

Sumujemy sześć boków.

2. Bok sześciokąta to 8. Podaj jego pole.

Odpowiedź: $96\sqrt{3}$

Dodajemy pola sześciu trójkątów równobocznych.

3. Pole podstawy 8, wysokość 12. Podaj objętość graniastosłupa.

Odpowiedź: 96

Objętość to iloczyn pola podstawy i wysokości.

4. Obwód podstawy 24, wysokość 8. Oblicz pole boczne.

Odpowiedź: 192

P_b=obwód podstawy razy wysokość.

Grupa D

1. Sześciokąt foremny ma bok 5. Podaj obwód.

Odpowiedź: 30

Sumujemy sześć boków.

2. Bok sześciokąta to 10. Podaj jego pole.

Odpowiedź: $150\sqrt{3}$

Dodajemy pola sześciu trójkątów równobocznych.

3. Pole podstawy 10, wysokość 15. Podaj objętość graniastosłupa.

Odpowiedź: 150

Objętość to iloczyn pola podstawy i wysokości.

4. Obwód podstawy 30, wysokość 10. Oblicz pole boczne.

Odpowiedź: 300

P_b=obwód podstawy razy wysokość.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Bok sześciokąta foremnego ma 4.

Odpowiedź: $24\sqrt{3}$

Podany wynik jest polem jednego trójkąta równobocznego; potrzeba sześciu.

2. Pole podstawy 24, wysokość 6.

Odpowiedź: 144

Podzielono niepotrzebnie przez 3; ten czynnik dotyczy ostrosłupa.

3. Bok podstawy 2, wysokość 4.

Odpowiedź: 48

Pomnożyć trzeba wysokość przez cały obwód 6 t, nie przez jeden bok.

Grupa B

1. Bok sześciokąta foremnego ma 6.

Odpowiedź: $54\sqrt{3}$

Podany wynik jest polem jednego trójkąta równobocznego; potrzeba sześciu.

2. Pole podstawy 54, wysokość 9.

Odpowiedź: 486

Podzielono niepotrzebnie przez 3; ten czynnik dotyczy ostrosłupa.

3. Bok podstawy 3, wysokość 6.

Odpowiedź: 108

Pomnożyć trzeba wysokość przez cały obwód 6 t, nie przez jeden bok.

5 / Matematyka w świecie

1. Prosty sześciokątny foremny słupek ma bok podstawy 4 cm i wysokość 6 cm. Oblicz objętość.

Odpowiedź: $144\sqrt{3}$ cm^3

Pole sześciokąta mnożymy przez wysokość.

2. Sześciokątny foremny pojemnik ma bok 4 dm i wysokość 6 dm. Ile dm² materiału potrzeba tylko na bok?

Odpowiedź: 144 dm^2

Pole boczne równa się obwodowi podstawy pomnożonemu przez wysokość.

3. W modelu kryształu przyjęto prawidłowy graniastosłup sześciokątny o boku 4 mm i wysokości 6 mm. Oblicz najdłuższą przekątną.

Odpowiedź: 10 mm

Przyjmijmy pomocniczo $k = 2$. Najdłuższa przekątna podstawy ma długość 4 k. Z wysokością 3 k daje przekątną 5 k.

4. Sześciokątny foremny pojemnik ma objętość $144\sqrt{3}$ cm³ i bok podstawy 4 cm. Odtwórz wysokość.

Odpowiedź: 6 cm

Przyjmijmy pomocniczo $k = 2$. Dzielimy objętość przez pole podstawy 6 k²√3.