Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Warunek równoległości prostych

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Porównujemy współczynniki kierunkowe: $m-3=-5$. Dodajemy 3 po obu stronach, więc $m=-2$. Dla tej wartości wyrazy wolne wynoszą 2 i 1, czyli proste są różne. Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

1 / Od schematu do wyzwania

1. Prosta l przechodzi przez $(2,6)$ i jest równoległa do $y=4x-1$. Wyznacz l.

Odpowiedź: $y=4x+(-2)$

Równoległość daje współczynnik 4. Z punktu $b_l=6-2\cdot 4=-2$.

2. Dla jakiego m proste $(m-1)x+2y=3$ i $4x+y=1$ są równoległe?

Odpowiedź: $m=9$

Nachylenia to $-(m-1)/2$ i -4. Z równości wynika $m-1=8$.

3. Prosta k przez $(0,6)$ jest równoległa do prostej przez $(1,2)$ i $(3,10)$. Wyznacz k.

Odpowiedź: $y=4x+6$

Nachylenie drugiej prostej wynosi $(10-2)/(3-1)=4$. Wyraz wolny odczytujemy z punktu na Oy.

4. Wyznacz m, gdy proste $y=(m^2-16)x+1$ oraz $y=9x+3$ są równoległe.

Odpowiedź: $m=\pm 5$

$m^2-16=9$, czyli $m^2=25$. Oba znaki dają równoległe, różne proste.

5. Wykaż, że dwie różne proste równoległe do jednej ustalonej prostej są równoległe do siebie. Rozważ także proste pionowe.

Odpowiedź: Teza jest prawdziwa.

Dla prostej niepionowej wszystkie trzy mają jednakowy współczynnik kierunkowy. Dla prostej pionowej wszystkie mają równania x=stała i są równoległe.

6. Dla jakich m proste $y=mx+m^2$ oraz $y=(2m-4)x+16$ nie mają dokładnie jednego punktu wspólnego? Rozstrzygnij: brak czy nieskończenie wiele.

Odpowiedź: $m=4$; nieskończenie wiele.

Przy różnych nachyleniach istnieje jeden punkt. Równość nachyleń $m=2m-4$ daje m=4. Wtedy obie proste mają również ten sam wyraz wolny 16, więc pokrywają się.

2 / Małe kroki

1. Podaj współczynnik prostej równoległej do $y=4x+2$.

Odpowiedź: 4

Nachylenia muszą być równe.

2. Wyznacz prostą przez $(0,6)$ równoległą do $y=2x+1$.

Odpowiedź: $y=2x+6$

Współczynnik wynosi 2, a wyraz wolny jest równy drugiej współrzędnej podanego punktu.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Podaj współczynnik prostej $y=4x-2$.

Odpowiedź: 4

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y=kx+1$ jest równoległa do $y=4x+2$. Podaj k.

Odpowiedź: 4

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 4x + 1$ i $y = 4x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 4x - 2$.

Odpowiedź: -2

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa B

1. Podaj współczynnik prostej $y = 5x - 3$.

Odpowiedź: 5

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 5x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 5

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 5x + 1$ i $y = 5x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 5x - 3$.

Odpowiedź: -3

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa C

1. Podaj współczynnik prostej $y = 6x - 4$.

Odpowiedź: 6

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 6x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 6

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 6x + 1$ i $y = 6x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 6x - 4$.

Odpowiedź: -4

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa D

1. Podaj współczynnik prostej $y = 7x - 5$.

Odpowiedź: 7

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 7x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 7

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 7x + 1$ i $y = 7x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 7x - 5$.

Odpowiedź: -5

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Proste $y = 5x + 1$ i $y = kx + 3$ mają być równoległe.

Odpowiedź: $k = 5$

Przy równoległości porównujemy współczynniki kierunkowe bez zmiany znaku.

2. Uczeń przekształca $5x + y = 3$.

Odpowiedź: $y = -5x + 3$

Przenoszony na prawą stronę składnik z x zmienia znak.

3. Porównano $y = 5x + 2$ i $y = 5x + 5$.

Odpowiedź: Są różne i równoległe.

Współczynniki przy x są równe, ale wyrazy wolne są różne.

Grupa B

1. Proste $y = 6x + 1$ i $y = kx + 3$ mają być równoległe.

Odpowiedź: $k = 6$

Przy równoległości porównujemy współczynniki kierunkowe bez zmiany znaku.

2. Uczeń przekształca $6x + y = 4$.

Odpowiedź: $y = -6x + 4$

Przenoszony na prawą stronę składnik z x zmienia znak.

3. Porównano $y = 6x + 2$ i $y = 6x + 5$.

Odpowiedź: Są różne i równoległe.

Współczynniki przy x są równe, ale wyrazy wolne są różne.

5 / Matematyka w świecie

1. Taksówka w modelu pobiera 8 zł opłaty początkowej i 5 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Odpowiedź: $K(x) = 5x + 8;\ K(4) = 28$

Stała opłata jest wyrazem wolnym, a koszt kilometra współczynnikiem przy x. Podstawienie x=4 daje $4 \cdot 5 + 8 = 28$.

2. Firma modeluje koszt $K(x) = 5x + 8$ zł i przychód $R(x) = 7x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Odpowiedź: $x > 4$

Porównujemy $(7)x > 5x + 8$. Odejmujemy $5x$: $2x > 8$, więc $x > 4$; liczbę sztuk wybieramy całkowitą.

3. W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 5t + 8$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 33 °C?

Odpowiedź: $t = 5$ min

Rozwiązujemy $5t + 8 = 33$. Odejmujemy 8 i dzielimy przez 5: t=5.

4. Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 18$ oraz $f(5) = 33$. Wyznacz a i b.

Odpowiedź: $a = 5,\ b = 8$

Odejmujemy równania: $3a = 15$, więc a=5. Następnie $b = 18 - 2 \cdot 5 = 8$.