Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Skala podobieństwa trójkątów

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Obwód trójkąta ABC wynosi 27. Skala podobieństwa od ABC do KLM to $\frac{36}{27} = \frac{4}{3}$. Najkrótszy bok ma więc długość $6 \cdot \frac{4}{3} = 8$. Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

1 / Od schematu do wyzwania

1. W trójkącie ABC punkty D na AB i E na AC spełniają DE równoległe do BC. Dane: $AD = 8, AB = 20, AE = 12$. Oblicz AC.

Odpowiedź: 30

Z Talesa $AD/AB = AE/AC$, więc $AC = 12 \cdot 20/8 = 30$.

2. Obwody podobnych trójkątów wynoszą 48 i 72. Pole mniejszego to 128. Oblicz pole większego.

Odpowiedź: 288

Przyjmijmy pomocniczo $k = 4$. Skala wynosi 3/2, a skala pól 9/4. Pole większego to $8k^2 \cdot 9/4 = 18k^2$ po podstawieniu k.

3. Ramiona kąta przecięto równoległymi BC i DE, z A-B-D oraz A-C-E. $AB = 12, BD = 8, BC = 24$. Oblicz DE.

Odpowiedź: 40

$AD = 20$. Skala $AD/AB = 5/3$, zatem $DE = 24 \cdot 5/3 = 40$.

4. W trójkącie ABC odcinek DE równoległy do BC odcina przy A trójkąt o polu 144. Pole trapezu DBCE wynosi 256. Oblicz AD/AB.

Odpowiedź: $\frac{3}{5}$

Pole ABC to 400. Kwadrat skali to $144/400 = 9/25$, więc skala długości AD/AB to 3/5.

5. DE łączy środki boków AB i AC trójkąta ABC. Wykaż, że pole trapezu DBCE stanowi 3/4 pola ABC.

Odpowiedź: $\frac{3}{4}P_{ABC}$

Trójkąty ADE i ABC są podobne w skali 1/2. Pole ADE stanowi 1/4 pola całego trójkąta. Po odjęciu zostaje 3/4.

6. D i E są środkami BC i AC. Środkowe AD i BE przecinają się w G. Wykaż $AG = 2GD$.

Odpowiedź: $AG = 2GD$

Odcinek DE jest równoległy do AB i ma połowę jego długości. Trójkąty GDE i GAB są podobne (kąty wierzchołkowe i naprzemianległe). Stąd $GD/GA = DE/AB = 1/2$, czyli $GA = 2GD$.

2 / Małe kroki

1. Bok pierwszego trójkąta ma długość 12. Skala podobieństwa drugiego do pierwszego to 2. Oblicz odpowiadający bok.

Odpowiedź: 24

Długości mnożymy przez skalę 2.

2. Skala długości wynosi 3. Ile wynosi skala pól?

Odpowiedź: 9

Pola figur podobnych zmieniają się w kwadracie skali: $3^2 = 9$.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Bok 4 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.

Odpowiedź: 12

Mnożymy długość przez 3.

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.

Odpowiedź: 4

Skala długości jest dodatnim pierwiastkiem skali pól.

3. W podobnych trójkątach boki 8 i 20 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.

Odpowiedź: $\frac{5}{2}$

Dzielimy odpowiadającą długość w drugiej figurze przez długość w pierwszej.

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

Jest odcinkiem środkowym, równoległym i dwa razy krótszym od trzeciego boku.

Grupa B

1. Bok 5 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.

Odpowiedź: 15

Mnożymy długość przez 3.

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.

Odpowiedź: 4

Skala długości jest dodatnim pierwiastkiem skali pól.

3. W podobnych trójkątach boki 10 i 25 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.

Odpowiedź: $\frac{5}{2}$

Dzielimy odpowiadającą długość w drugiej figurze przez długość w pierwszej.

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

Jest odcinkiem środkowym, równoległym i dwa razy krótszym od trzeciego boku.

Grupa C

1. Bok 6 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.

Odpowiedź: 18

Mnożymy długość przez 3.

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.

Odpowiedź: 4

Skala długości jest dodatnim pierwiastkiem skali pól.

3. W podobnych trójkątach boki 12 i 30 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.

Odpowiedź: $\frac{5}{2}$

Dzielimy odpowiadającą długość w drugiej figurze przez długość w pierwszej.

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

Jest odcinkiem środkowym, równoległym i dwa razy krótszym od trzeciego boku.

Grupa D

1. Bok 7 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.

Odpowiedź: 21

Mnożymy długość przez 3.

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.

Odpowiedź: 4

Skala długości jest dodatnim pierwiastkiem skali pól.

3. W podobnych trójkątach boki 14 i 35 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.

Odpowiedź: $\frac{5}{2}$

Dzielimy odpowiadającą długość w drugiej figurze przez długość w pierwszej.

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?

Odpowiedź: $\frac{1}{2}$

Jest odcinkiem środkowym, równoległym i dwa razy krótszym od trzeciego boku.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Długości figur zmieniły się w skali 3.

Odpowiedź: 9

Pole zmienia się w kwadracie skali długości.

2. Bok wzrósł z 8 do 16.

Odpowiedź: 2

Skalę powiększenia liczymy jako nową długość podzieloną przez starą.

3. DE łączy środki AB i AC.

Odpowiedź: $P_{ABC}/4$

Połowa długości daje jedną czwartą pola.

Grupa B

1. Długości figur zmieniły się w skali 3.

Odpowiedź: 9

Pole zmienia się w kwadracie skali długości.

2. Bok wzrósł z 9 do 18.

Odpowiedź: 2

Skalę powiększenia liczymy jako nową długość podzieloną przez starą.

3. DE łączy środki AB i AC.

Odpowiedź: $P_{ABC}/4$

Połowa długości daje jedną czwartą pola.

5 / Matematyka w świecie

1. Plan wykonano w skali 1:100. Bok na planie ma 4 cm. Jaka jest rzeczywista długość w metrach?

Odpowiedź: 4 m

$4 \cdot 100$ cm to 4 m.

2. Nowy szyld jest podobny do starego w skali 2. Stary zużywał 4 jednostek folii. Ile zużyje nowy przy tej samej ilości folii na jednostkę pola?

Odpowiedź: 16

Pole rośnie czterokrotnie, więc zużycie folii również.

3. Na modelu preparatu podobny fragment ma bok 8 mm zamiast 4 mm. Ile razy większe jest pole jego obrazu?

Odpowiedź: 4

Skala długości to 2, więc skala pól 4.

4. Pole podobnej działki jest 9 razy większe. Krótszy bok pierwotnej działki miał 8 m. Odtwórz długość odpowiadającego boku większej działki.

Odpowiedź: 24 m

Ze skali pól 9 otrzymujemy skalę długości 3, a następnie mnożymy bok przez 3.