Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Parametr w funkcji liniowej

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Punkt na osi Oy ma pierwszą współrzędną zero. Podstawiamy $x = 0$ i podaną wartość funkcji: $m^2 + 6m = -9$. Przenosimy wszystko na lewą stronę: $m^2 + 6m + 9 = 0$. Jest to kwadrat sumy: $(m + 3)^2 = 0$. Kwadrat jest równy zeru tylko wtedy, gdy jego podstawa jest zerem. Zatem $m = -3$. Wstawienie tej wartości daje oczekiwany punkt przecięcia.

Odpowiedź: $m = -3$

1 / Od schematu do wyzwania

1. $f_k(x) = (k + 5)x + k - 7$. Wyznacz k, gdy $f_k(1) = 0$.

Odpowiedź: $k = 1$

$2k + 5 - 7 = 0$, więc $k = 1$.

2. Dla $f_k(x) = (k + 5)x + k - 7$ znajdź wszystkie k, dla których funkcja rośnie.

Odpowiedź: $k > -5$

Współczynnik przy x ma być dodatni: $k + 5 > 0$.

3. $f_k(x) = (k + 5)x + k - 7$. Dla jakiego k wykres przechodzi przez $(0, 2)$?

Odpowiedź: $k = 9$

Na osi pionowej $f_k(0) = k - 7 = 2$.

4. Znajdź wszystkie k, dla których $f_k(x) = (k + 5)x + k - 7$ ma dodatnie miejsce zerowe.

Odpowiedź: $-5 < k < 7$

$x_0 = \frac{7-k}{k+5}$. Iloraz jest dodatni dla $-5 < k < 7$; drugie jednoczesne ustawienie znaków jest niemożliwe.

5. Wykaż, że wykresy $f_k(x) = (k + 5)x + k - 7$ dla wszystkich rzeczywistych k przechodzą przez jeden stały punkt. Znajdź go.

Odpowiedź: $(-1, -12)$

Grupujemy: $f_k(x) = k(x + 1) + 5x - 7$. Zależność od k znika dla x=-1, a wtedy y=-12.

6. Dla $f_k(x) = (k + 5)x + k - 7$ sklasyfikuj liczbę rozwiązań równania $f_k(f_k(x)) = x$ w zależności od k.

Odpowiedź: Każde x dla $k = -6$; brak dla $k = -4$; jedno w pozostałych przypadkach.

Niech $A = k + 5$, $B = k - 7$. Równanie to $(A^2 - 1)x + B(A + 1) = 0$. Dla A=-1 oba współczynniki znikają. Dla A=1 mamy $2B \neq 0$. Dla $A \neq \pm 1$ równanie ma jeden pierwiastek.

2 / Małe kroki

1. Dla $f(x) = 3x + 3$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 3

Podstawienie x=0 zeruje pierwszy składnik.

2. $f(x) = (k + 2)x$. Dla jakich k funkcja maleje?

Odpowiedź: $k < -2$

Wymagamy k+2<0.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Dla $f(x) = (k + 4)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -4

Funkcja jest stała, gdy $k + 4 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 2$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 2

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-4)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 4$

Współczynnik $k-4$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 4$ znajdź k.

Odpowiedź: 2

$2 + k = 4$, więc k=2.

Grupa B

1. Dla $f(x) = (k+5)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -5

Funkcja jest stała, gdy $k + 5 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 3$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 3

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-5)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 5$

Współczynnik $k-5$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 5$ znajdź k.

Odpowiedź: 3

$2 + k = 5$, więc k=3.

Grupa C

1. Dla $f(x) = (k+6)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -6

Funkcja jest stała, gdy $k + 6 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 4$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 4

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-6)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 6$

Współczynnik $k-6$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 6$ znajdź k.

Odpowiedź: 4

$2 + k = 6$, więc k=4.

Grupa D

1. Dla $f(x) = (k+7)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -7

Funkcja jest stała, gdy $k + 7 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 5$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 5

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-7)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 7$

Współczynnik $k-7$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 7$ znajdź k.

Odpowiedź: 5

$2 + k = 7$, więc k=5.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. $f(x) = (k+5)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > -5$

Wzrost wymaga $k + 5 > 0$. Przeniesienie 5 daje przeciwną nierówność niż zapisana.

2. $f(x) = kx + 3$ i $f(0) = 3$. Uczeń wyznacza k.

Odpowiedź: Nie można wyznaczyć k.

Podstawienie x=0 daje tożsamość $3 = 3$, niezależną od k.

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 5$.

Odpowiedź: $k = 3$

Z równania $2 + k = 5$ odejmujemy 2, nie dodajemy.

Grupa B

1. $f(x) = (k+6)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > -6$

Wzrost wymaga $k + 6 > 0$. Przeniesienie 6 daje przeciwną nierówność niż zapisana.

2. $f(x) = kx + 4$ i $f(0) = 4$. Uczeń wyznacza k.

Odpowiedź: Nie można wyznaczyć k.

Podstawienie x=0 daje tożsamość $4 = 4$, niezależną od k.

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 6$.

Odpowiedź: $k = 4$

Z równania $2 + k = 6$ odejmujemy 2, nie dodajemy.

5 / Matematyka w świecie

1. Taksówka w modelu pobiera 8 zł opłaty początkowej i 5 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Odpowiedź: $K(x) = 5x + 8;\ K(4) = 28$

Stała opłata jest wyrazem wolnym, a koszt kilometra współczynnikiem przy x. Podstawienie x=4 daje $4 \cdot 5 + 8 = 28$.

2. Firma modeluje koszt $K(x) = 5x + 8$ zł i przychód $R(x) = 7x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Odpowiedź: $x > 4$

Porównujemy $(7)x > 5x + 8$. Odejmujemy $5x$: $2x > 8$, więc $x > 4$; liczbę sztuk wybieramy całkowitą.

3. W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 5t + 8$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 33 °C?

Odpowiedź: $t = 5$ min

Rozwiązujemy $5t + 8 = 33$. Odejmujemy 8 i dzielimy przez 5: t=5.

4. Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 18$ oraz $f(5) = 33$. Wyznacz a i b.

Odpowiedź: $a = 5,\ b = 8$

Odejmujemy równania: $3a = 15$, więc a=5. Następnie $b = 18 - 2 \cdot 5 = 8$.