Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Dowód podzielności

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Wykaż, że $n(n+1)$ jest parzyste dla każdego całkowitego n.

2 UTRWALENIE +

Wykaż podzielność $5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}$ przez 31 dla naturalnych n.

3 UTRWALENIE +

Wykaż, że $n^3 - n$ jest podzielne przez 6 dla każdego całkowitego n.

4 KROK DALEJ

Znajdź wszystkie dodatnie całkowite n, dla których $n+5$ dzieli n^2+6.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $n^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Udowodnij, że dla każdej liczby pierwszej $p > 3$ liczba $p^2 - 1$ jest podzielna przez 24.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Dowód podzielności

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Aby wykazać podzielność przez d, zapisz liczbę jako $d \cdot k$ z całkowitym k.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozłóż na iloczyn $5n^2 + 5n$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Wyłącz 5^n w sumie $5^n + 5^{n+1}$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $3n^2 + 6n + 15$ jest podzielna przez 12.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 5, s. 6. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 5n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $5n$ jest podzielne przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $5n + 1$ przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 6n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $6n$ jest podzielne przez 6 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $6n + 1$ przez 6 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 7n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $7n$ jest podzielne przez 7 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $7n + 1$ przez 7 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 8n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $8n$ jest podzielne przez 8 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $8n + 1$ przez 8 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 5. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 5 w $5n + 10$.

$5(n + 10)$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.

Oba czynniki są zawsze nieparzyste.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 5k + 5$ wyciągnięto wniosek o reszcie.

$r = 5$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 5. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 6 w $6n + 12$.

$6(n + 12)$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.

Oba czynniki są zawsze nieparzyste.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 6k + 6$ wyciągnięto wniosek o reszcie.

$r = 6$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W magazynie jest $5n + 15$ sztuk. Wykaż, że można je podzielić na pełne paczki po 5.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Fundusz wynosi $n^2 - 1$ zł, gdzie n jest dodatnie i nieparzyste. Wykaż, że można go rozdzielić równo na 8 całozłotowych części.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Plan pomiarów przewiduje $5^k(1 + 5 + 25)$ odczytów. Ile pełnych serii po 31 odczytów można wykonać?

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: liczba $N = 5k + r$ daje przy dzieleniu przez 5 resztę 1. Jeśli $0 \leq r < 5$, wyznacz r.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 5, s. 6. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).