Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Średnia ważona ocen

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Sumujemy oceny w kategoriach: kartkówki 11, projekty 7, aktywność 9. Ważona suma ocen to $2 \cdot 11 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 9 = 79$. Sumę wag liczymy dla każdej oceny osobno: $3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 20$. Średnia wynosi $\frac{79}{20} = 3{,}95$.

Odpowiedź: C

1 / Od schematu do wyzwania

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $3, 5, 6$ mają wagi $2, 3, 4$.

Odpowiedź: 5

Ważona suma wartości to 45, a suma wag 9. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $3, 4, 6$ mają wagi $3, 2, 1$.

Odpowiedź: $\frac{23}{6}$

Ważona suma wartości to 23, a suma wag 6. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

3. Wartości 3 i 7 mają wagi 2 i x. Średnia ważona wynosi 6. Wyznacz dodatnią wagę x.

Odpowiedź: 6

$2 \cdot 3 + x(7) = (2 + x)(6)$, więc x=6.

4. Grupa 4 osób ma średni wiek 14, a grupa n osób 20. Łączna średnia to 18. Wyznacz n.

Odpowiedź: 8

$4(14) + n(20) = (4 + n)(18)$, więc $2n = 16$ i n=8.

5. Sześć liczb ma średnią 4. Cztery z nich mają średnią 3. Czy pozostałe dwie muszą mieć tę samą wartość? Wyznacz ich średnią.

Odpowiedź: Nie; średnia 6.

Suma pozostałych to $6 \cdot 4 - 4(3) = 2(6)$. Ich średnia to 6, ale same liczby mogą być różne, np.5 i 7.

6. Udowodnij, że średnia połączonych dwóch niepustych grup leży pomiędzy ich średnimi. Kiedy równa się prostemu uśrednieniu tych średnich?

Odpowiedź: $\bar{x} = (na + mb)/(n + m)$

Dla a≤b mamy $a(n+m) \leq na+mb \leq b(n+m)$. Dzielenie przez dodatnie n+m daje tezę. Równość $(na+mb)/(n+m) = (a + b)/2$ jest równoważna $(n - m)(a - b) = 0$, więc zachodzi, gdy n=m lub a=b.

2 / Małe kroki

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $2, 4$ mają wagi $1, 1$.

Odpowiedź: 3

Ważona suma wartości to 6, a suma wag 2. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $2, 4$ mają wagi $1, 2$.

Odpowiedź: $\frac{10}{3}$

Ważona suma wartości to 10, a suma wag 3. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $2, 4$ mają wagi $1, 1$.

Odpowiedź: 3

Ważona suma wartości to 6, a suma wag 2. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $2, 5$ mają wagi $2, 1$.

Odpowiedź: 3

Ważona suma wartości to 9, a suma wag 3. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

3. Wagi 3 ocen wynoszą 2,3,4. Podaj sumę wag.

Odpowiedź: 9

$2+3+4=9$. Wynik: 9.

4. Oblicz średnią ważoną: wartości $2, 4$ mają wagi $1, 3$.

Odpowiedź: $\frac{7}{2}$

Ważona suma wartości to 14, a suma wag 4. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

Grupa B

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $3, 5$ mają wagi $1, 1$.

Odpowiedź: 4

Ważona suma wartości to 8, a suma wag 2. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $3, 6$ mają wagi $2, 1$.

Odpowiedź: 4

Ważona suma wartości to 12, a suma wag 3. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

3. Wagi 3 ocen wynoszą 2,3,4. Podaj sumę wag.

Odpowiedź: 9

$2+3+4=9$. Wynik: 9.

4. Oblicz średnią ważoną: wartości $3, 5$ mają wagi $1, 3$.

Odpowiedź: $\frac{9}{2}$

Ważona suma wartości to 18, a suma wag 4. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

Grupa C

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $4, 6$ mają wagi $1, 1$.

Odpowiedź: 5

Ważona suma wartości to 10, a suma wag 2. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $4, 7$ mają wagi $2, 1$.

Odpowiedź: 5

Ważona suma wartości to 15, a suma wag 3. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

3. Wagi 3 ocen wynoszą 2,3,4. Podaj sumę wag.

Odpowiedź: 9

$2+3+4=9$. Wynik: 9.

4. Oblicz średnią ważoną: wartości $4, 6$ mają wagi $1, 3$.

Odpowiedź: $\frac{11}{2}$

Ważona suma wartości to 22, a suma wag 4. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

Grupa D

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $5, 7$ mają wagi $1, 1$.

Odpowiedź: 6

Ważona suma wartości to 12, a suma wag 2. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $5, 8$ mają wagi $2, 1$.

Odpowiedź: 6

Ważona suma wartości to 18, a suma wag 3. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

3. Wagi 3 ocen wynoszą 2,3,4. Podaj sumę wag.

Odpowiedź: 9

$2+3+4=9$. Wynik: 9.

4. Oblicz średnią ważoną: wartości $5, 7$ mają wagi $1, 3$.

Odpowiedź: $\frac{13}{2}$

Ważona suma wartości to 26, a suma wag 4. Dzielimy sumę ważoną przez sumę wag.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. 2 liczby mają średnią 4, a 4 liczby średnią 8.

Odpowiedź: $\frac{20}{3}$

Trzeba uwzględnić różne liczebności grup.

2. Suma 5 liczb to 20.

Odpowiedź: 4

Dzielimy przez 5, nie przez 4.

3. Średnia 3 liczb wynosi 4.

Odpowiedź: 12

Aby odzyskać sumę, mnożymy średnią przez liczbę danych.

Grupa B

1. 2 liczby mają średnią 5, a 4 liczby średnią 9.

Odpowiedź: $\frac{23}{3}$

Trzeba uwzględnić różne liczebności grup.

2. Suma 5 liczb to 25.

Odpowiedź: 5

Dzielimy przez 5, nie przez 4.

3. Średnia 3 liczb wynosi 5.

Odpowiedź: 15

Aby odzyskać sumę, mnożymy średnią przez liczbę danych.

5 / Matematyka w świecie

1. 3 treningi trwały średnio 24 min, a 2 kolejne średnio 34 min. Oblicz średni czas 5 treningów.

Odpowiedź: 28min

Suma:3(24)+2(34); dzielimy przez 5.

2. Sprzedano 2 produkty po 30 zł i 3 po 50 zł. Oblicz średnią cenę sprzedanej sztuki.

Odpowiedź: 42zł

Łączny przychód dzielimy przez 5 sztuk. Wagi to liczby sprzedanych sztuk.

3. 4 rośliny mają średnią wysokość 14 cm, a 6 innych 19 cm. Oblicz średnią z 10 roślin.

Odpowiedź: 17cm

$(4a + 6b)/10$ daje podaną średnią. Dane modelowe.

4. Średnia 5 pomiarów wynosi 5. Pierwsze 4 mają średnią 4. Wyznacz piąty pomiar.

Odpowiedź: 9

$x = 5(5) - 4 \cdot 4 = 9.$