Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Warunek równoległości prostych

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Po wyznaczeniu y współczynniki kierunkowe wynoszą $-\frac{m-1}{3}$ oraz -6. Ich równość daje $m-1=18$, zatem $m=19$. Wyrazy wolne obu prostych są różne, więc proste nie pokrywają się. Odpowiedź: D.

Odpowiedź: D

1 / Od schematu do wyzwania

1. Prosta l przechodzi przez $(2,4)$ i jest równoległa do $y=2x-1$. Wyznacz l.

Odpowiedź: $y=2x+(0)$

Równoległość daje współczynnik 2. Z punktu $b_l=4-2\cdot 2=0$.

2. Dla jakiego m proste $(m-1)x+2y=3$ i $2x+y=1$ są równoległe?

Odpowiedź: $m=5$

Nachylenia to $-(m-1)/2$ i -2. Z równości wynika $m-1=4$.

3. Prosta k przez $(0,4)$ jest równoległa do prostej przez $(1,2)$ i $(3,6)$. Wyznacz k.

Odpowiedź: $y=2x+4$

Nachylenie drugiej prostej wynosi $(6-2)/(3-1)=2$. Wyraz wolny odczytujemy z punktu na Oy.

4. Wyznacz m, gdy proste $y=(m^2-4)x+1$ oraz $y=5x+3$ są równoległe.

Odpowiedź: $m=\pm 3$

$m^2-4=5$, czyli $m^2=9$. Oba znaki dają równoległe, różne proste.

5. Wykaż, że dwie różne proste równoległe do jednej ustalonej prostej są równoległe do siebie. Rozważ także proste pionowe.

Odpowiedź: Teza jest prawdziwa.

Dla prostej niepionowej wszystkie trzy mają jednakowy współczynnik kierunkowy. Dla prostej pionowej wszystkie mają równania x=stała i są równoległe.

6. Dla jakich m proste $y=mx+m^2$ oraz $y=(2m-2)x+4$ nie mają dokładnie jednego punktu wspólnego? Rozstrzygnij: brak czy nieskończenie wiele.

Odpowiedź: $m=2$; nieskończenie wiele.

Przy różnych nachyleniach istnieje jeden punkt. Równość nachyleń $m=2m-2$ daje m=2. Wtedy obie proste mają również ten sam wyraz wolny 4, więc pokrywają się.

2 / Małe kroki

1. Podaj współczynnik prostej równoległej do $y=2x+2$.

Odpowiedź: 2

Nachylenia muszą być równe.

2. Wyznacz prostą przez $(0,4)$ równoległą do $y=2x+1$.

Odpowiedź: $y=2x+4$

Współczynnik wynosi 2, a wyraz wolny jest równy drugiej współrzędnej podanego punktu.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Podaj współczynnik prostej $y=2x-2$.

Odpowiedź: 2

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y=kx+1$ jest równoległa do $y=2x+2$. Podaj k.

Odpowiedź: 2

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 2x + 1$ i $y = 2x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 2x - 2$.

Odpowiedź: -2

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa B

1. Podaj współczynnik prostej $y = 3x - 3$.

Odpowiedź: 3

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 3x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 3

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 3x + 1$ i $y = 3x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 3x - 3$.

Odpowiedź: -3

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa C

1. Podaj współczynnik prostej $y = 4x - 4$.

Odpowiedź: 4

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 4x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 4

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 4x + 1$ i $y = 4x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 4x - 4$.

Odpowiedź: -4

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa D

1. Podaj współczynnik prostej $y = 5x - 5$.

Odpowiedź: 5

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 5x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 5

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 5x + 1$ i $y = 5x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 5x - 5$.

Odpowiedź: -5

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Proste $y = 3x + 1$ i $y = kx + 3$ mają być równoległe.

Odpowiedź: $k = 3$

Przy równoległości porównujemy współczynniki kierunkowe bez zmiany znaku.

2. Uczeń przekształca $3x + y = 3$.

Odpowiedź: $y = -3x + 3$

Przenoszony na prawą stronę składnik z x zmienia znak.

3. Porównano $y = 3x + 2$ i $y = 3x + 5$.

Odpowiedź: Są różne i równoległe.

Współczynniki przy x są równe, ale wyrazy wolne są różne.

Grupa B

1. Proste $y = 4x + 1$ i $y = kx + 3$ mają być równoległe.

Odpowiedź: $k = 4$

Przy równoległości porównujemy współczynniki kierunkowe bez zmiany znaku.

2. Uczeń przekształca $4x + y = 4$.

Odpowiedź: $y = -4x + 4$

Przenoszony na prawą stronę składnik z x zmienia znak.

3. Porównano $y = 4x + 2$ i $y = 4x + 5$.

Odpowiedź: Są różne i równoległe.

Współczynniki przy x są równe, ale wyrazy wolne są różne.

5 / Matematyka w świecie

1. Taksówka w modelu pobiera 6 zł opłaty początkowej i 3 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Odpowiedź: $K(x) = 3x + 6;\ K(4) = 18$

Stała opłata jest wyrazem wolnym, a koszt kilometra współczynnikiem przy x. Podstawienie x=4 daje $4 \cdot 3 + 6 = 18$.

2. Firma modeluje koszt $K(x) = 3x + 6$ zł i przychód $R(x) = 5x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Odpowiedź: $x > 3$

Porównujemy $(5)x > 3x + 6$. Odejmujemy $3x$: $2x > 6$, więc $x > 3$; liczbę sztuk wybieramy całkowitą.

3. W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 3t + 6$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 21 °C?

Odpowiedź: $t = 5$ min

Rozwiązujemy $3t + 6 = 21$. Odejmujemy 6 i dzielimy przez 3: t=5.

4. Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 12$ oraz $f(5) = 21$. Wyznacz a i b.

Odpowiedź: $a = 3,\ b = 6$

Odejmujemy równania: $3a = 9$, więc a=3. Następnie $b = 12 - 2 \cdot 3 = 6$.