Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Parametr w funkcji liniowej

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Funkcja liniowa jest malejąca wtedy, gdy współczynnik przy x jest ujemny. Tutaj $k+2<0$, czyli $k<-2$. Pierwsze zdanie obejmuje również inne wartości k, więc jest fałszywe. Dla $k=4$ mamy $f(0)=4-3=1$, więc drugie zdanie jest prawdziwe.

Odpowiedź: FP

1 / Od schematu do wyzwania

1. $f_k(x)=(k+3)x+k-5$. Wyznacz k, gdy $f_k(1)=0$.

Odpowiedź: $k=1$

$2k+3-5=0$, więc $k=1$.

2. Dla $f_k(x)=(k+3)x+k-5$ znajdź wszystkie k, dla których funkcja rośnie.

Odpowiedź: $k>-3$

Współczynnik przy x ma być dodatni: $k+3>0$.

3. $f_k(x)=(k+3)x+k-5$. Dla jakiego k wykres przechodzi przez $(0,2)$?

Odpowiedź: $k=7$

Na osi pionowej $f_k(0)=k-5=2$.

4. Znajdź wszystkie k, dla których $f_k(x)=(k+3)x+k-5$ ma dodatnie miejsce zerowe.

Odpowiedź: $-3<k<5$

$x_0=\frac{5-k}{k+3}$. Iloraz jest dodatni dla $-3<k<5$; drugie jednoczesne ustawienie znaków jest niemożliwe.

5. Wykaż, że wykresy $f_k(x)=(k+3)x+k-5$ dla wszystkich rzeczywistych k przechodzą przez jeden stały punkt. Znajdź go.

Odpowiedź: $(-1,-8)$

Grupujemy: $f_k(x)=k(x+1)+3x-5$. Zależność od k znika dla x=-1, a wtedy y=-8.

6. Dla $f_k(x)=(k+3)x+k-5$ sklasyfikuj liczbę rozwiązań równania $f_k(f_k(x))=x$ w zależności od k.

Odpowiedź: Każde x dla $k=-4$; brak dla $k=-2$; jedno w pozostałych przypadkach.

Niech $A=k+3$, $B=k-5$. Równanie to $(A^2-1)x+B(A+1)=0$. Dla A=-1 oba współczynniki znikają. Dla A=1 mamy $2B\neq 0$. Dla $A\neq\pm1$ równanie ma jeden pierwiastek.

2 / Małe kroki

1. Dla $f(x)=3x+1$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 1

Podstawienie x=0 zeruje pierwszy składnik.

2. $f(x)=(k+2)x$. Dla jakich k funkcja maleje?

Odpowiedź: $k<-2$

Wymagamy k+2<0.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Dla $f(x)=(k+2)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -2

Funkcja jest stała, gdy $k+2=0$.

2. Dla $f(x)=kx+2$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 2

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-2)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 2$

Współczynnik $k-2$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 4$ znajdź k.

Odpowiedź: 2

$2 + k = 4$, więc k=2.

Grupa B

1. Dla $f(x) = (k+3)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -3

Funkcja jest stała, gdy $k + 3 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 3$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 3

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-3)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 3$

Współczynnik $k-3$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 5$ znajdź k.

Odpowiedź: 3

$2 + k = 5$, więc k=3.

Grupa C

1. Dla $f(x) = (k+4)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -4

Funkcja jest stała, gdy $k + 4 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 4$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 4

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-4)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 4$

Współczynnik $k-4$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 6$ znajdź k.

Odpowiedź: 4

$2 + k = 6$, więc k=4.

Grupa D

1. Dla $f(x) = (k+5)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -5

Funkcja jest stała, gdy $k + 5 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 5$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 5

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-5)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 5$

Współczynnik $k-5$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 7$ znajdź k.

Odpowiedź: 5

$2 + k = 7$, więc k=5.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. $f(x) = (k+3)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > -3$

Wzrost wymaga $k + 3 > 0$. Przeniesienie 3 daje przeciwną nierówność niż zapisana.

2. $f(x) = kx + 3$ i $f(0) = 3$. Uczeń wyznacza k.

Odpowiedź: Nie można wyznaczyć k.

Podstawienie x=0 daje tożsamość $3 = 3$, niezależną od k.

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 5$.

Odpowiedź: $k = 3$

Z równania $2 + k = 5$ odejmujemy 2, nie dodajemy.

Grupa B

1. $f(x) = (k+4)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > -4$

Wzrost wymaga $k + 4 > 0$. Przeniesienie 4 daje przeciwną nierówność niż zapisana.

2. $f(x) = kx + 4$ i $f(0) = 4$. Uczeń wyznacza k.

Odpowiedź: Nie można wyznaczyć k.

Podstawienie x=0 daje tożsamość $4 = 4$, niezależną od k.

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 6$.

Odpowiedź: $k = 4$

Z równania $2 + k = 6$ odejmujemy 2, nie dodajemy.

5 / Matematyka w świecie

1. Taksówka w modelu pobiera 6 zł opłaty początkowej i 3 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Odpowiedź: $K(x) = 3x + 6;\ K(4) = 18$

Stała opłata jest wyrazem wolnym, a koszt kilometra współczynnikiem przy x. Podstawienie x=4 daje $4 \cdot 3 + 6 = 18$.

2. Firma modeluje koszt $K(x) = 3x + 6$ zł i przychód $R(x) = 5x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Odpowiedź: $x > 3$

Porównujemy $(5)x > 3x + 6$. Odejmujemy $3x$: $2x > 6$, więc $x > 3$; liczbę sztuk wybieramy całkowitą.

3. W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 3t + 6$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 21 °C?

Odpowiedź: $t = 5$ min

Rozwiązujemy $3t + 6 = 21$. Odejmujemy 6 i dzielimy przez 3: t=5.

4. Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 12$ oraz $f(5) = 21$. Wyznacz a i b.

Odpowiedź: $a = 3,\ b = 6$

Odejmujemy równania: $3a = 9$, więc a=3. Następnie $b = 12 - 2 \cdot 3 = 6$.