Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Różnica czwartych potęg

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Wykaż, że $201^4 - 199^4$ jest podzielne przez 800.

2 UTRWALENIE +

Wykaż podzielność $(n+2)^2 - (n-2)^2$ przez 8 dla całkowitego n.

3 UTRWALENIE +

Dla dodatniego całkowitego n wykaż, że $(n+1)^4 - (n-1)^4$ jest podzielne przez $8n$.

4 KROK DALEJ

Znajdź wszystkie dodatnie całkowite n, dla których $n+2$ dzieli n^2+3.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $n^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Udowodnij, że dla każdej liczby pierwszej $p > 3$ liczba $p^2 - 1$ jest podzielna przez 24.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Różnica czwartych potęg

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Aby wykazać podzielność przez d, zapisz liczbę jako $d \cdot k$ z całkowitym k.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozłóż $u^2 - v^2$ na czynniki.

2 JEDEN KROK DALEJ

Rozłóż $u^4 - v^4$ na iloczyn trzech czynników.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Wykaż, że liczba $2501^4 - 2499^4$ jest podzielna przez 10000.

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 2n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $2n$ jest podzielne przez 2 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $2n + 1$ przez 2 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 3n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $3n$ jest podzielne przez 3 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $3n + 1$ przez 3 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 4n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $4n$ jest podzielne przez 4 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $4n + 1$ przez 4 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 5n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $5n$ jest podzielne przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $5n + 1$ przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 5. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 2 w $2n + 4$.

$2(n + 4)$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.

Oba czynniki są zawsze nieparzyste.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 2k + 2$ wyciągnięto wniosek o reszcie.

$r = 2$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 5. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 3 w $3n + 6$.

$3(n + 6)$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.

Oba czynniki są zawsze nieparzyste.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 3k + 3$ wyciągnięto wniosek o reszcie.

$r = 3$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W magazynie jest $2n + 6$ sztuk. Wykaż, że można je podzielić na pełne paczki po 2.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Fundusz wynosi $n^2 - 1$ zł, gdzie n jest dodatnie i nieparzyste. Wykaż, że można go rozdzielić równo na 8 całozłotowych części.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Plan pomiarów przewiduje $2^k(1 + 2 + 4)$ odczytów. Ile pełnych serii po 7 odczytów można wykonać?

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: liczba $N = 2k + r$ daje przy dzieleniu przez 2 resztę 1. Jeśli $0 \leq r < 2$, wyznacz r.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 5.03.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2601, zad. 5, s. 6. Arkusz źródłowy: cke.gov.pl (link).