Od schematu do wyzwania

Dzielenie z resztą / sześć zadań o rosnącym stopniu trudności

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Liczby x, y są całkowite i dodatnie. Dzielenie x przez y daje iloraz 14 i resztę 19. Zapisz $\frac{x}{y}$ oraz $\frac{2x+y}{y}$ w postaci sumy liczby całkowitej i ułamka.

2 UTRWALENIE +

Przy dzieleniu dodatniej liczby całkowitej x przez y otrzymano iloraz 11 i resztę 8. Wiadomo, że $y > 16$. Podaj iloraz i resztę z dzielenia $2x$ przez y.

3 UTRWALENIE +

Liczby całkowite dodatnie N, d spełniają $N = 9d + 17$. Dla których $d \in \{12, 17, 18, 25\}$ iloraz wynosi 9, a reszta 17? Uzasadnij i oblicz dla nich N.

4 KROK DALEJ

Dzielenie x przez y daje iloraz 7 i resztę 5. Dzielenie $x + 8$ przez ten sam dzielnik y daje iloraz 8 i resztę 1. Wyznacz dodatnie liczby całkowite x i y.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Przy dzieleniu liczby N przez 7 otrzymujemy resztę 4, a przy dzieleniu przez 9 otrzymujemy resztę 6. Wyznacz najmniejszą taką liczbę trzycyfrową.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie dodatnie liczby całkowite d, dla których dzielenie liczby 2025 zarówno przez d, jak i przez $d + 1$ daje resztę 1. Uzasadnij, że nie ma innych możliwości.

Małe kroki

Od konkretnego przykładu do oryginalnego zadania maturalnego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie

$a = b \cdot q + r$ oraz $0 \leq r < b$.
a – dzielna, b – dzielnik, q – iloraz, r – reszta.

1 NAJPIERW LICZBY

Podziel 37 przez 5. Uzupełnij:

$37 = 5 \cdot$ _____ $+$ _____
Iloraz: ..... Reszta: .....

2 TERAZ ZAPIS Z LITERAMI

Liczby a, b są całkowite i dodatnie. Dzielenie a przez b daje iloraz 6 i resztę 4. Uzupełnij:

$a =$ _____ $\cdot\, b +$ _____ $\frac{a}{b} =$ _____ $+ \frac{\text{____}}{b}$
Najmniejszy możliwy dzielnik b to .....

3 SPRAWDŹ SIĘ / ORYGINALNE ZADANIE CKE

Liczby x oraz y są całkowite i dodatnie. W wyniku dzielenia liczby x przez liczbę y otrzymano iloraz 20 i resztę 26.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{x}{y}$ jest równa

A. $26 + \frac{20}{x}$ **B.** $26 + \frac{20}{y}$

C. $20 + \frac{26}{x}$ **D.** $20 + \frac{26}{y}$

Źródło: CKE, próbna matura podstawowa, 5 marca 2026 r., zadanie 1.

Rozgrzewka A

5 minut / bez kalkulatora / 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj iloraz i resztę:
$29 : 6$. $q =$ ..... $r =$ .....

2. Oblicz N:
$N = 7 \cdot 8 + 3 =$ .....

3. Zaznacz wszystkie możliwe reszty z dzielenia przez 9:
☐ 0 ☐ 8 ☐ 9.

4. Dzielenie x przez y daje iloraz 4 i resztę 2. Zapisz:
$\frac{x}{y} =$ .....

Wynik: ..... / 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / bez kalkulatora / 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj iloraz i resztę:
$34 : 7$. $q =$ ..... $r =$ .....

2. Oblicz N:
$N = 7 \cdot 9 + 4 =$ .....

3. Zaznacz wszystkie możliwe reszty z dzielenia przez 10:
☐ 0 ☐ 9 ☐ 10.

4. Dzielenie x przez y daje iloraz 5 i resztę 3. Zapisz:
$\frac{x}{y} =$ .....

Wynik: ..... / 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / bez kalkulatora / 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj iloraz i resztę:
$39 : 8$. $q =$ ..... $r =$ .....

2. Oblicz N:
$N = 7 \cdot 10 + 5 =$ .....

3. Zaznacz wszystkie możliwe reszty z dzielenia przez 11:
☐ 0 ☐ 10 ☐ 11.

4. Dzielenie x przez y daje iloraz 6 i resztę 4. Zapisz:
$\frac{x}{y} =$ .....

Wynik: ..... / 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / bez kalkulatora / 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj iloraz i resztę:
$44 : 9$. $q =$ ..... $r =$ .....

2. Oblicz N:
$N = 7 \cdot 11 + 6 =$ .....

3. Zaznacz wszystkie możliwe reszty z dzielenia przez 12:
☐ 0 ☐ 11 ☐ 12.

4. Dzielenie x przez y daje iloraz 7 i resztę 5. Zapisz:
$\frac{x}{y} =$ .....

Wynik: ..... / 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zaznacz błąd w każdym zapisie. Popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Dzielenie x przez y daje iloraz 12 i resztę 7. Uczeń zapisał:
$x = 12 + 7y$. Poprawa i uzasadnienie:

2. Dzielenie a przez b daje iloraz 9 i resztę 11. Uczeń zapisał:
$\frac{a}{b} = 9 + 11$. Poprawa i uzasadnienie:

3. Uczeń dzielił 84 przez 12 i zapisał:
$84 = 6 \cdot 12 + 12$, więc iloraz to 6, a reszta to 12.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zaznacz błąd w każdym zapisie. Popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Dzielenie x przez y daje iloraz 15 i resztę 4. Uczeń zapisał:
$x = 15 + 4y$. Poprawa i uzasadnienie:

2. Dzielenie a przez b daje iloraz 8 i resztę 13. Uczeń zapisał:
$\frac{a}{b} = 8 + \frac{13}{a}$. Poprawa i uzasadnienie:

3. Uczeń dzielił 96 przez 12 i zapisał:
$96 = 7 \cdot 12 + 12$, więc iloraz to 7, a reszta to 12.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Logistyka, ekonomia, przyroda i rozumowanie od końca

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY / PAKOWANIE

Biblioteka pakuje 347 książek do kartonów mieszczących po 24 książki. Ile kartonów będzie pełnych i ile książek zostanie? Ile kartonów potrzeba, aby spakować wszystkie książki?

Kontekst: pakowanie i sens reszty / ZPE

2 EKONOMIA / OGRANICZONY BUDŻET

Klasa ma 93 zł. Jeden żeton do gry kosztuje 8 zł i można kupować tylko całe żetony. Ile żetonów najwyżej kupi klasa? Ile pieniędzy zostanie? Zapisz działanie w postaci $93 = 8q + r$.

Kontekst: planowanie i kontrola wydatków / NBP

3 NAUKI PRZYRODNICZE / LABORATORIUM

Płytka laboratoryjna ma 96 dołków. W ćwiczeniu każdą z 86 próbek bada się w trzech powtórzeniach, każde w osobnym dołku. Można wykorzystać wszystkie dołki. Ile płytek potrzeba? Ile dołków pozostanie wolnych na ostatniej płytce?

Kontekst: jak wygląda płytka 96-dołkowa / Thermo Fisher Scientific (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

System magazynowy zapisał: *12 pełnych opakowań i 7 sztuk luzem*. W jednym opakowaniu mieści się od 8 do 11 sztuk włącznie. Wyznacz wszystkie możliwe liczby sztuk w całej partii. Uzasadnij kompletność odpowiedzi.

Kontekst: iloraz i reszta w systemach komputerowych / funkcja divmod

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki pod zadaniami rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 5.03.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2601, zad. 1, s. 4. Arkusz źródłowy: cke.gov.pl (link).