Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Średnia łączna

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Suma trzech liczb wynosi 6, a czterech kolejnych 22. Łączną sumę dzielimy przez 7: $\frac{6+22}{7} = 4$. Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

1 / Od schematu do wyzwania

1. Grupa 3 liczb ma średnią 4, a grupa 5 liczb średnią 8. Oblicz wspólną średnią.

Odpowiedź: $\frac{13}{2}$

Łączna suma to $3 \cdot 4 + 5 \cdot 8 = 52$. Dzielimy przez 8, otrzymując $\frac{13}{2}$.

2. Grupa 4 liczb ma średnią 4, a grupa 7 liczb średnią 7. Oblicz wspólną średnią.

Odpowiedź: $\frac{65}{11}$

Łączna suma to $4 \cdot 4 + 7 \cdot 7 = 65$. Dzielimy przez 11, otrzymując $\frac{65}{11}$.

3. Średnia 5 liczb wynosi 4. Po dodaniu liczby 10 oblicz nową średnią.

Odpowiedź: 5

Nowa suma to $5 \cdot 4 + 10 = 6 \cdot 5$. Dzielimy przez 6.

4. Grupa 4 osób ma średni wiek 14, a grupa n osób 20. Łączna średnia to 18. Wyznacz n.

Odpowiedź: 8

$4(14) + n(20) = (4 + n)(18)$, więc $2n = 16$ i n=8.

5. Sześć liczb ma średnią 4. Cztery z nich mają średnią 3. Czy pozostałe dwie muszą mieć tę samą wartość? Wyznacz ich średnią.

Odpowiedź: Nie; średnia 6.

Suma pozostałych to $6 \cdot 4 - 4(3) = 2(6)$. Ich średnia to 6, ale same liczby mogą być różne, np.5 i 7.

6. Udowodnij, że średnia połączonych dwóch niepustych grup leży pomiędzy ich średnimi. Kiedy równa się prostemu uśrednieniu tych średnich?

Odpowiedź: $\bar{x} = (na + mb)/(n + m)$

Dla a≤b mamy $a(n+m) \leq na+mb \leq b(n+m)$. Dzielenie przez dodatnie n+m daje tezę. Równość $(na+mb)/(n+m) = (a + b)/2$ jest równoważna $(n - m)(a - b) = 0$, więc zachodzi, gdy n=m lub a=b.

2 / Małe kroki

1. Dwie liczby mają średnią 4. Jaka jest ich suma?

Odpowiedź: 8

Suma to liczba danych razy średnia. Wynik: 8.

2. Oblicz średnią danych 2, 4, 6.

Odpowiedź: 4

Suma wynosi 3 t, liczba danych 3.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. 3 liczby mają średnią 4. Podaj sumę.

Odpowiedź: 12

Mnożymy średnią przez liczbę danych. Wynik: 12.

2. Suma 4 liczb wynosi 16. Podaj średnią.

Odpowiedź: 4

Dzielimy sumę przez 4.

3. Oblicz średnia 4. 6.

Odpowiedź: 5

Dodajemy i dzielimy przez 2.

4. Jedna grupa 2 liczb ma średnią 4, druga 2 liczb średnią 8. Podaj średnią łączną.

Odpowiedź: 6

Grupy są równie liczne, więc można uśrednić ich średnie.

Grupa B

1. 3 liczby mają średnią 5. Podaj sumę.

Odpowiedź: 15

Mnożymy średnią przez liczbę danych. Wynik: 15.

2. Suma 4 liczb wynosi 20. Podaj średnią.

Odpowiedź: 5

Dzielimy sumę przez 4.

3. Oblicz średnią $5, 7$.

Odpowiedź: 6

Dodajemy i dzielimy przez 2.

4. Jedna grupa 2 liczb ma średnią 5, druga 2 liczb średnią 9. Podaj średnią łączną.

Odpowiedź: 7

Grupy są równie liczne, więc można uśrednić ich średnie.

Grupa C

1. 3 liczby mają średnią 6. Podaj sumę.

Odpowiedź: 18

Mnożymy średnią przez liczbę danych. Wynik: 18.

2. Suma 4 liczb wynosi 24. Podaj średnią.

Odpowiedź: 6

Dzielimy sumę przez 4.

3. Oblicz średnią $6, 8$.

Odpowiedź: 7

Dodajemy i dzielimy przez 2.

4. Jedna grupa 2 liczb ma średnią 6, druga 2 liczb średnią 10. Podaj średnią łączną.

Odpowiedź: 8

Grupy są równie liczne, więc można uśrednić ich średnie.

Grupa D

1. 3 liczby mają średnią 7. Podaj sumę.

Odpowiedź: 21

Mnożymy średnią przez liczbę danych. Wynik: 21.

2. Suma 4 liczb wynosi 28. Podaj średnią.

Odpowiedź: 7

Dzielimy sumę przez 4.

3. Oblicz średnią $7, 9$.

Odpowiedź: 8

Dodajemy i dzielimy przez 2.

4. Jedna grupa 2 liczb ma średnią 7, druga 2 liczb średnią 11. Podaj średnią łączną.

Odpowiedź: 9

Grupy są równie liczne, więc można uśrednić ich średnie.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. 2 liczby mają średnią 4, a 4 liczby średnią 8.

Odpowiedź: $\frac{20}{3}$

Trzeba uwzględnić różne liczebności grup.

2. Suma 5 liczb to 20.

Odpowiedź: 4

Dzielimy przez 5, nie przez 4.

3. Średnia 3 liczb wynosi 4.

Odpowiedź: 12

Aby odzyskać sumę, mnożymy średnią przez liczbę danych.

Grupa B

1. 2 liczby mają średnią 5, a 4 liczby średnią 9.

Odpowiedź: $\frac{23}{3}$

Trzeba uwzględnić różne liczebności grup.

2. Suma 5 liczb to 25.

Odpowiedź: 5

Dzielimy przez 5, nie przez 4.

3. Średnia 3 liczb wynosi 5.

Odpowiedź: 15

Aby odzyskać sumę, mnożymy średnią przez liczbę danych.

5 / Matematyka w świecie

1. 3 treningi trwały średnio 24 min, a 2 kolejne średnio 34 min. Oblicz średni czas 5 treningów.

Odpowiedź: 28min

Suma:3(24)+2(34); dzielimy przez 5.

2. W 3 dniach średni utarg to 400 zł, w 2 kolejnych 600 zł. Oblicz średni utarg z 5 dni.

Odpowiedź: 480zł

Średnia ważona liczebnościami dni: $(3a + 2b)/5$.

3. 4 rośliny mają średnią wysokość 14 cm, a 6 innych 19 cm. Oblicz średnią z 10 roślin.

Odpowiedź: 17cm

$(4a + 6b)/10$ daje podaną średnią. Dane modelowe.

4. Średnia 5 pomiarów wynosi 5. Pierwsze 4 mają średnią 4. Wyznacz piąty pomiar.

Odpowiedź: 9

$x = 5(5) - 4 \cdot 4 = 9$.