Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Proste równoległe i punkt

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Proste równoległe mają jednakowe współczynniki przy x. Zatem $l: y = -\frac{1}{3}x + b$. Podstawiamy punkt: $-2 = -\frac{1}{3}\cdot 2 + b$, więc $b = -\frac{4}{3}$. Punkt przecięcia osi to $(0, -\frac{4}{3})$.

Odpowiedź: D

1 / Od schematu do wyzwania

1. Prosta l przechodzi przez $(2, 5)$ i jest równoległa do $y = 3x - 1$. Wyznacz l.

Odpowiedź: $y = 3x + (-1)$

Równoległość daje współczynnik 3. Z punktu $b_l = 5 - 2 \cdot 3 = -1$.

2. Dla jakiego m proste $(m-1)x + 2y = 3$ i $3x + y = 1$ są równoległe?

Odpowiedź: $m = 7$

Nachylenia to $-(m-1)/2$ i -3. Z równości wynika $m - 1 = 6$.

3. Prosta k przez $(0, 5)$ jest równoległa do prostej przez $(1, 2)$ i $(3, 8)$. Wyznacz k.

Odpowiedź: $y = 3x + 5$

Nachylenie drugiej prostej wynosi $(8-2)/(3-1) = 3$. Wyraz wolny odczytujemy z punktu na Oy.

4. Wyznacz m, gdy proste $y = (m^2 - 9)x + 1$ oraz $y = 7x + 3$ są równoległe.

Odpowiedź: $m = \pm 4$

$m^2 - 9 = 7$, czyli $m^2 = 16$. Oba znaki dają równoległe, różne proste.

5. Wykaż, że dwie różne proste równoległe do jednej ustalonej prostej są równoległe do siebie. Rozważ także proste pionowe.

Odpowiedź: Teza jest prawdziwa.

Dla prostej niepionowej wszystkie trzy mają jednakowy współczynnik kierunkowy. Dla prostej pionowej wszystkie mają równania x=stała i są równoległe.

6. Dla jakich m proste $y = mx + m^2$ oraz $y = (2m-3)x + 9$ nie mają dokładnie jednego punktu wspólnego? Rozstrzygnij: brak czy nieskończenie wiele.

Odpowiedź: $m = 3$; nieskończenie wiele.

Przy różnych nachyleniach istnieje jeden punkt. Równość nachyleń $m = 2m - 3$ daje m=3. Wtedy obie proste mają również ten sam wyraz wolny 9, więc pokrywają się.

2 / Małe kroki

1. Podaj współczynnik prostej równoległej do $y = 3x + 2$.

Odpowiedź: 3

Nachylenia muszą być równe.

2. Wyznacz prostą przez $(0, 5)$ równoległą do $y = 2x + 1$.

Odpowiedź: $y = 2x + 5$

Współczynnik wynosi 2, a wyraz wolny jest równy drugiej współrzędnej podanego punktu.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Podaj współczynnik prostej $y = 3x - 2$.

Odpowiedź: 3

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 3x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 3

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 3x + 1$ i $y = 3x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 3x - 2$.

Odpowiedź: -2

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa B

1. Podaj współczynnik prostej $y = 4x - 3$.

Odpowiedź: 4

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 4x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 4

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 4x + 1$ i $y = 4x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 4x - 3$.

Odpowiedź: -3

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa C

1. Podaj współczynnik prostej $y = 5x - 4$.

Odpowiedź: 5

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 5x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 5

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 5x + 1$ i $y = 5x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 5x - 4$.

Odpowiedź: -4

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

Grupa D

1. Podaj współczynnik prostej $y = 6x - 5$.

Odpowiedź: 6

Współczynnik przy x to współczynnik kierunkowy.

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 6x + 2$. Podaj k.

Odpowiedź: 6

Równoległe proste mają równe współczynniki kierunkowe.

3. Czy $y = 6x + 1$ i $y = 6x + 3$ są równoległe?

Odpowiedź: Tak.

Mają ten sam współczynnik przy x i różne wyrazy wolne.

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 6x - 5$.

Odpowiedź: -5

Wyraz wolny to stała bez x, z jej znakiem.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Proste $y = 4x + 1$ i $y = kx + 3$ mają być równoległe.

Odpowiedź: $k = 4$

Przy równoległości porównujemy współczynniki kierunkowe bez zmiany znaku.

2. Uczeń przekształca $4x + y = 3$.

Odpowiedź: $y = -4x + 3$

Przenoszony na prawą stronę składnik z x zmienia znak.

3. Porównano $y = 4x + 2$ i $y = 4x + 5$.

Odpowiedź: Są różne i równoległe.

Współczynniki przy x są równe, ale wyrazy wolne są różne.

Grupa B

1. Proste $y = 5x + 1$ i $y = kx + 3$ mają być równoległe.

Odpowiedź: $k = 5$

Przy równoległości porównujemy współczynniki kierunkowe bez zmiany znaku.

2. Uczeń przekształca $5x + y = 4$.

Odpowiedź: $y = -5x + 4$

Przenoszony na prawą stronę składnik z x zmienia znak.

3. Porównano $y = 5x + 2$ i $y = 5x + 5$.

Odpowiedź: Są różne i równoległe.

Współczynniki przy x są równe, ale wyrazy wolne są różne.

5 / Matematyka w świecie

1. Taksówka w modelu pobiera 7 zł opłaty początkowej i 4 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Odpowiedź: $K(x) = 4x + 7;\ K(4) = 23$

Stała opłata jest wyrazem wolnym, a koszt kilometra współczynnikiem przy x. Podstawienie x=4 daje $4 \cdot 4 + 7 = 23$.

2. Firma modeluje koszt $K(x) = 4x + 7$ zł i przychód $R(x) = 6x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Odpowiedź: $x > \frac{7}{2}$

Porównujemy $(6)x > 4x + 7$. Odejmujemy $4x$: $2x > 7$, więc $x > \frac{7}{2}$; liczbę sztuk wybieramy całkowitą.

3. W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 4t + 7$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 27 °C?

Odpowiedź: $t = 5$ min

Rozwiązujemy $4t + 7 = 27$. Odejmujemy 7 i dzielimy przez 4: t=5.

4. Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 15$ oraz $f(5) = 27$. Wyznacz a i b.

Odpowiedź: $a = 4,\ b = 7$

Odejmujemy równania: $3a = 12$, więc a=4. Następnie $b = 15 - 2 \cdot 4 = 7$.