Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Nachylenie prostej

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Prosta opada, więc $a < 0$. Przecięcie osi pionowej jest poniżej zera, więc $b < 0$. Z punktów $(-2, 0)$ i $(0, -3)$ otrzymujemy $a = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$. To także tangens kąta nachylenia. Odpowiedzi: FF; A.

Odpowiedź: FF; A

1 / Od schematu do wyzwania

1. Wyznacz wzór prostej przechodzącej przez $(1, 6)$ i $(3, 10)$.

Odpowiedź: $y = 2x + 4$

$a = \frac{10-6}{3-1} = 2$. Z pierwszego punktu $b = 6 - 2 = 4$.

2. Prosta $y = -2x + 4$ przecina osie w A i B. Oblicz pole trójkąta OAB.

Odpowiedź: 4

Przecięcia to $A = (2, 0), B = (0, 4)$. Pole $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$.

3. Kąt nachylenia prostej do dodatniej półosi Ox ma tangens -2. Prosta przechodzi przez $(2, 1)$. Wyznacz wzór.

Odpowiedź: $y = -2x + 5$

Współczynnik kierunkowy równy jest tangensowi. Podstawiamy punkt: $1 = -4 + b$.

4. Punkt $P = (u, 2u + 4)$ leży na danej prostej. Znajdź u, dla którego OP^2 jest najmniejsze.

Odpowiedź: $u = -\frac{8}{5}$

$OP^2 = u^2 + (2u + 4)^2 = (5)u^2 + 16u + 16$. Minimum paraboli wypada w $u = -\frac{8}{5}$.

5. Udowodnij, że punkty A=(0,p), B=(q,0), C=(q,p) dla dodatnich p,q tworzą trójkąt o polu pq/2.

Odpowiedź: $\frac{pq}{2}$

Bok AC jest poziomy i ma długość q, a wysokość opuszczona z B wynosi p. Pole jest więc połową iloczynu p i q.

6. Prosta $y = -2x + c$ przecina dodatnie półosie w A,B. Wyznacz wszystkie c, dla których pole OAB jest równe 4.

Odpowiedź: $c = 4$

Warunek dodatnich przecięć daje c>0. Pole to $\frac{1}{2}c \cdot \frac{c}{2} = \frac{c^2}{4}$. Stąd $c^2 = 16$, więc jedynie c=4.

2 / Małe kroki

1. Podaj nachylenie $y = 2x + 1$.

Odpowiedź: 2

Odczytujemy współczynnik przy x.

2. $y = 2x + 1$. Oblicz y dla x=2.

Odpowiedź: 5

$y = 2 \cdot 2 + 1 = 5$.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Dla $f(x) = 2x + 2$ oblicz $f(1)$.

Odpowiedź: 4

Podstawiamy x=1: $2 + 2 = 4$.

2. Podaj współczynnik kierunkowy $y = -2x + 2$.

Odpowiedź: -2

Odczytujemy współczynnik przy x wraz ze znakiem.

3. Oblicz nachylenie prostej przez $(0, 1), (2, 5)$.

Odpowiedź: 2

$a = \frac{5-1}{2} = 2$.

4. Gdzie $y = 2x + 2$ przecina oś Oy?

Odpowiedź: $(0, 2)$

Na osi Oy współrzędna x wynosi 0.

Grupa B

1. Dla $f(x) = 3x + 3$ oblicz $f(1)$.

Odpowiedź: 6

Podstawiamy x=1: $3 + 3 = 6$.

2. Podaj współczynnik kierunkowy $y = -3x + 3$.

Odpowiedź: -3

Odczytujemy współczynnik przy x wraz ze znakiem.

3. Oblicz nachylenie prostej przez $(0, 1), (2, 7)$.

Odpowiedź: 3

$a = \frac{7-1}{2-0} = 3$.

4. Gdzie $y = 3x + 3$ przecina oś Oy?

Odpowiedź: $(0, 3)$

Na osi Oy współrzędna x wynosi 0.

Grupa C

1. Dla $f(x) = 4x + 4$ oblicz $f(1)$.

Odpowiedź: 8

Podstawiamy x=1: $4 + 4 = 8$.

2. Podaj współczynnik kierunkowy $y = -4x + 4$.

Odpowiedź: -4

Odczytujemy współczynnik przy x wraz ze znakiem.

3. Oblicz nachylenie prostej przez $(0, 1), (2, 9)$.

Odpowiedź: 4

$a = \frac{9-1}{2-0} = 4$.

4. Gdzie $y = 4x + 4$ przecina oś Oy?

Odpowiedź: $(0, 4)$

Na osi Oy współrzędna x wynosi 0.

Grupa D

1. Dla $f(x) = 5x + 5$ oblicz $f(1)$.

Odpowiedź: 10

Podstawiamy x=1: $5 + 5 = 10$.

2. Podaj współczynnik kierunkowy $y = -5x + 5$.

Odpowiedź: -5

Odczytujemy współczynnik przy x wraz ze znakiem.

3. Oblicz nachylenie prostej przez $(0, 1), (2, 11)$.

Odpowiedź: 5

$a = \frac{11-1}{2-0} = 5$.

4. Gdzie $y = 5x + 5$ przecina oś Oy?

Odpowiedź: $(0, 5)$

Na osi Oy współrzędna x wynosi 0.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Wyznaczono nachylenie przez $(0, 1), (2, 7)$.

Odpowiedź: $a = 3$

Należy dzielić zmianę y przez zmianę x, a nie odwrotnie.

2. Dana jest prosta $y = 3x - 3$.

Odpowiedź: $(0, -3)$

Na osi Oy x=0. Druga współrzędna jest wyrazem wolnym, z jego znakiem.

3. Rozwiązywano $3x + 3 = 0$.

Odpowiedź: $x = -1$

Po przeniesieniu wyrazu wolnego mamy $3x = -3$.

Grupa B

1. Wyznaczono nachylenie przez $(0, 1), (2, 9)$.

Odpowiedź: $a = 4$

Należy dzielić zmianę y przez zmianę x, a nie odwrotnie.

2. Dana jest prosta $y = 4x - 4$.

Odpowiedź: $(0, -4)$

Na osi Oy x=0. Druga współrzędna jest wyrazem wolnym, z jego znakiem.

3. Rozwiązywano $4x + 4 = 0$.

Odpowiedź: $x = -1$

Po przeniesieniu wyrazu wolnego mamy $4x = -4$.

5 / Matematyka w świecie

1. Taksówka w modelu pobiera 6 zł opłaty początkowej i 3 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Odpowiedź: $K(x) = 3x + 6;\ K(4) = 18$

Stała opłata jest wyrazem wolnym, a koszt kilometra współczynnikiem przy x. Podstawienie x=4 daje $4 \cdot 3 + 6 = 18$.

2. Firma modeluje koszt $K(x) = 3x + 6$ zł i przychód $R(x) = 5x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Odpowiedź: $x > 3$

Porównujemy $(5)x > 3x + 6$. Odejmujemy $3x$: $2x > 6$, więc $x > 3$; liczbę sztuk wybieramy całkowitą.

3. W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 3t + 6$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 21 °C?

Odpowiedź: $t = 5$ min

Rozwiązujemy $3t + 6 = 21$. Odejmujemy 6 i dzielimy przez 3: t=5.

4. Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 12$ oraz $f(5) = 21$. Wyznacz a i b.

Odpowiedź: $a = 3,\ b = 6$

Odejmujemy równania: $3a = 9$, więc a=3. Następnie $b = 12 - 2 \cdot 3 = 6$.