MATURA / POZIOM PODSTAWOWY

Od zadania do rozwiązania

Podręcznik do oryginalnego arkusza
2 czerwca 2026 r. / Termin dodatkowy

32 moduły / 96 zadań

EKONOMIK

Matematyka z Ekonomikiem

Marek Kowalski

Jak pracować?

Każdy moduł zaczyna się od zadania CKE z pełnym rozwiązaniem. Na drugiej stronie wykonaj podobne zadanie, zapisując własne obliczenia przy kolejnych krokach. Następnie rozwiąż samodzielnie trzecie zadanie.

Arkusze grup A i B służą do treningu na czas. Wersja na tablet ma czarne tło i format 16:9.

Źródło zadań głównych: CKE, 2 czerwca 2026 r., MMAP-P0-100-2606.

Spis treści

01 Pierwiastki nieparzystego stopnia . . . 2
02 Potęgi o wspólnej podstawie . . . 4
03 Logarytm pierwiastka . . . 6
04 Rozkład wielomianu . . . 8
05 Podzielność sumy potęg . . . 10
06 Odejmowanie iloczynu wielomianów . . . 12
07 Znak iloczynu liniowego . . . 14
08 Równanie wymierne z przedziałem . . . 16
09 Model liczby drzew . . . 18
10 Własności funkcji liniowej . . . 20
11 Parametr i miejsce zerowe . . . 22
12 Dziedzina i znaki funkcji . . . 24
13 Symetria i przesunięcie paraboli . . . 27
14 Ciąg dany rekurencyjnie . . . 29
15 Suma ciągu arytmetycznego . . . 31
16 Iloczyn pięciu wyrazów geometrycznych . . . 33
17 Sinus i krótsza przyprostokątna . . . 35
18 Kąt wpisany i średnica . . . 37
19 Twierdzenie Talesa . . . 39
20 Dowód zależności między kątami . . . 41
21 Cosinus kąta rozwartego . . . 43
22 Przekątne równoległoboku . . . 45
23 Obwód kwadratu ze współrzędnych . . . 47
24 Okrąg ze średnicy . . . 49
25 Wysokość ostrosłupa . . . 51
26 Powierzchnia i kąt stożka . . . 53
27 Walec z przekroju osiowego . . . 55
28 Zliczanie liczb z równymi cyframi . . . 57
29 Średnia ważona wieku . . . 59
30 Mediana z diagramu . . . 61
31 Losowanie bez zwracania . . . 63
32 Najmniejsze pole trójkąta . . . 65

MODUŁ 01

Pierwiastki nieparzystego stopnia

1 / Oryginalne zadanie 1 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{\sqrt[3]{-64}+\sqrt[3]{27}}{\sqrt[5]{-32}}$ jest równa

A. -2 **B.** $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$ **D.** 2

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Pierwiastki w liczniku to -4 i 3, a w mianowniku -2.

Otrzymujemy $\frac{-4+3}{-2}=\frac{1}{2}$.

Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{\sqrt[3]{-343}+\sqrt[3]{216}}{\sqrt[5]{-3125}}$ jest równa

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{6}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{11}{5}$

Wykonaj kolejne kroki

1. Oblicz pierwszy pierwiastek sześcienny.

2. Oblicz drugi pierwiastek sześcienny.

3. Oblicz pierwiastek piątego stopnia.

4. Wykonaj dodawanie i dzielenie.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{\sqrt[3]{-512}+\sqrt[3]{343}}{\sqrt[5]{-7776}}$ jest równa

A. $\frac{7}{6}$ **B.** $\frac{1}{6}$

C. $-\frac{5}{6}$ **D.** $\frac{13}{6}$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 02

Potęgi o wspólnej podstawie

1 / Oryginalne zadanie 2 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{9^4}{3^{-20}}$ jest równa

A. 9^{-24} **B.** 9^{-6}

C. 9^{14} **D.** 9^{56}

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Ponieważ $9 = 3^2$, licznik to 3^8.

Dzielenie potęg daje $3^{8-(-20)} = 3^{28} = 9^{14}$.

Odpowiedź: C

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{9^7}{3^{-26}}$ jest równa

A. 9^{18} **B.** 9^{22}

C. 9^{20} **D.** 9^{40}

Wykonaj kolejne kroki

1. Zapisz 9 jako potęgę 3.

2. Pomnóż wykładniki w liczniku.

3. Odejmij wykładnik mianownika.

4. Wróć do podstawy 9.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{9^8}{3^{-28}}$ jest równa

A. 9^{20} **B.** 9^{24}

C. 9^{22} **D.** 9^{44}

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 03

Logarytm pierwiastka

1 / Oryginalne zadanie 3 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_5 \sqrt[3]{25}$ jest równa

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$ **D.** 6

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Liczba pod pierwiastkiem to 5^2.

Pierwiastek daje potęgę $5^{\frac{2}{3}}$.

Z definicji logarytmu $\log_5 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$.

Odpowiedź: B.

Odpowiedź: B

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 3, s. 5. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_8 \sqrt[6]{32768}$ jest równa

A. $\frac{11}{6}$ **B.** $-\frac{1}{6}$

C. $\frac{5}{6}$ **D.** $\frac{17}{6}$

Wykonaj kolejne kroki

1. Rozpoznaj potęgę podstawy w liczbie pod pierwiastkiem.

2. Zapisz pierwiastek jako potęgę ułamkową.

3. Podziel wykładnik przez stopień pierwiastka.

4. Zastosuj definicję logarytmu.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_9 \sqrt[7]{531441}$ jest równa

A. $\frac{13}{7}$ **B.** $-\frac{1}{7}$

C. $\frac{20}{7}$ **D.** $\frac{6}{7}$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 04

Rozkład wielomianu

1 / Oryginalne zadanie 4 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $x^3 - 2x^2 + 1x$ jest równa wartości wyrażenia

A. $x(x-1)^2$ **B.** $x(x-1)(x+1)$

C. $(x-1)(x^2+1)$ **D.** $(x+1)(x-1)^2$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Wyłączamy x przed nawias: $x(x^2 - 2x + 1)$.

Wyrażenie w nawiasie jest kwadratem różnicy, więc wynik to $x(x-1)^2$.

Odpowiedź: A.

Odpowiedź: A

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $x^3 - 8x^2 + 16x$ jest równa wartości wyrażenia

A. $x(x-4)^2$ **B.** $x(x-4)(x+4)$

C. $(x-4)(x^2+16)$ **D.** $(x+4)(x-4)^2$

Wykonaj kolejne kroki

1. Znajdź wspólny czynnik.

2. Wyłącz go przed nawias.

3. Rozpoznaj kwadrat różnicy.

4. Porównaj z odpowiedziami.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $x^3 - 10x^2 + 25x$ jest równa wartości wyrażenia

A. $x(x-5)^2$ **B.** $x(x-5)(x+5)$

C. $(x-5)(x^2+25)$ **D.** $(x+5)(x-5)^2$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 05

Podzielność sumy potęg

1 / Oryginalne zadanie 5 · 0–2 pkt

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej $n \geq 0$ liczba $7^n + 7^{n+1} + 7^{n+2}$ jest podzielna przez 19.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Wyłączamy najmniejszą potęgę: $7^n + 7^{n+1} + 7^{n+2} = 7^n(1 + 7 + 49) = 57 \cdot 7^n$.

Liczba 57 jest wielokrotnością 19, a potęga przy $n \geq 0$ jest całkowita.

To dowodzi podzielności.

Odpowiedź: $7^n(1 + 7 + 49)$

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej $n \geq 0$ liczba $10^n + 10^{n+1} + 10^{n+2}$ jest podzielna przez 111.

Wykonaj kolejne kroki

1. Wskaż najmniejszą potęgę.

2. Wyłącz ją przed nawias.

3. Oblicz sumę w nawiasie.

4. Uzasadnij podzielność iloczynu.

3 / Spróbuj samodzielnie

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej $n \geq 0$ liczba $11^n + 11^{n+1} + 11^{n+2}$ jest podzielna przez 133.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 06

Odejmowanie iloczynu wielomianów

1 / Oryginalne zadanie 6 · 0–1 pkt

Dane są wielomiany W, V oraz H określone wzorami: $W(x) = x^4$, $V(x) = x^3 + 1$, $H(x) = x - 2$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian $W(x) - V(x) \cdot H(x)$ jest określony wzorem

A. $2x^3 - 1x + 2$

B. $2x^3 + 1x - 2$

C. $x^4 - x^3 + 1x - 2$

D. $x^4 - x^3 - 1x + 2$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Najpierw mnożymy: $(x^3 + 1)(x - 2) = x^4 - 2x^3 + 1x - 2$.

Odejmujemy cały iloczyn od x^4, zmieniając znaki składników.

Zostaje $2x^3 - 1x + 2$.

Odpowiedź: A

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dane są wielomiany W, V oraz H określone wzorami: $W(x) = x^4$, $V(x) = x^3 + 4$, $H(x) = x - 5$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian $W(x) - V(x) \cdot H(x)$ jest określony wzorem

A. $5x^3 - 4x + 20$ **B.** $5x^3 + 4x - 20$

C. $x^4 - x^3 + 4x - 20$ **D.** $x^4 - x^3 - 4x + 20$

Wykonaj kolejne kroki

1. Wymnóż V przez H.

2. Zapisz odejmowanie całego iloczynu w nawiasie.

3. Zmień znaki po minusie.

4. Zredukuj podobne składniki.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dane są wielomiany W, V oraz H określone wzorami: $W(x) = x^4$, $V(x) = x^3 + 5$, $H(x) = x - 6$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian $W(x) - V(x) \cdot H(x)$ jest określony wzorem

A. $6x^3 - 5x + 30$ **B.** $6x^3 + 5x - 30$

C. $x^4 - x^3 + 5x - 30$ **D.** $x^4 - x^3 - 5x + 30$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 07

Znak iloczynu liniowego

1 / Oryginalne zadanie 7 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $-2(x+3)(x-2)>0$ jest przedział

A. $[-3,2]$ **B.** $(-3,2)$

C. $[-2,3]$ **D.** $(-2,3)$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Dzielimy przez -2 i odwracamy znak: $(x+3)(x-2)<0$.

Zera to -3 i 2.

Iloczyn jest ujemny pomiędzy zerami.

Końców nie włączamy, bo w nich iloczyn wynosi zero.

Odpowiedź: B

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $-2(x+6)(x-5)>0$ jest przedział

A. $[-6,5]$ **B.** $(-6,5)$

C. $[-5,6]$ **D.** $(-5,6)$

Wykonaj kolejne kroki

1. Podziel przez ujemny czynnik.

2. Odwróć znak nierówności.

3. Znajdź oba zera.

4. Zapisz przedział ujemnego iloczynu.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $-2(x+7)(x-6)>0$ jest przedział

A. $[-7,6]$ **B.** $(-7,6)$

C. $[-6,7]$ **D.** $(-6,7)$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 08

Równanie wymierne z przedziałem

1 / Oryginalne zadanie 8 · 0–3 pkt

Dane jest równanie $\frac{3x+4}{x+(-1)} = \frac{x+3}{3(x+0)}$, gdzie $x \neq 0$ i $x \neq 1$.

Wyznacz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $(-\infty, -\frac{2}{3})$. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Oznaczamy $t = x + 0$.

Równanie ma postać $\frac{3t+4}{t-1} = \frac{t+3}{3t}$.

Po pomnożeniu przez mianowniki mamy $9t^2 + 12t = t^2 + 2t - 3$, czyli $8t^2 + 10t + 3 = 0$.

Rozkład $(4t + 3)(2t + 1) = 0$ daje $t = -\frac{3}{4}$ lub $t = -\frac{1}{2}$.

Stąd $x = -\frac{3}{4}$ lub $x = -\frac{1}{2}$.

Obie liczby spełniają wykluczenia, ale tylko pierwsza należy do wskazanego przedziału.

Odpowiedź: $x = -\frac{3}{4}$

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dane jest równanie $\frac{3x+13}{x+(2)} = \frac{x+6}{3(x+3)}$, gdzie $x \neq -3$ i $x \neq -2$.

Wyznacz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $(-\infty, -\frac{11}{3})$. Zapisz obliczenia.

Wykonaj kolejne kroki

1. Uwzględnij wykluczenia z treści.

2. Pomnóż przez mianowniki.

3. Rozwiąż otrzymane równanie kwadratowe.

4. Wybierz rozwiązania z podanego przedziału.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dane jest równanie $\frac{3x+16}{x+(3)} = \frac{x+7}{3(x+4)}$, gdzie $x \neq -4$ i $x \neq -3$.

Wyznacz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $(-\infty, -\frac{14}{3})$. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 09

Model liczby drzew

1 / Oryginalne zadanie 9 · 0–1 pkt

W parku miejskim rosną drzewa iglaste i liściaste. Wszystkich drzew jest 198. Gdyby rosło tam o 18 drzew iglastych więcej, to drzew liściastych byłoby 3 razy więcej niż iglastych. Przyjmijmy: x – liczba drzew iglastych obecnie, y – liczba drzew liściastych obecnie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań prowadzącym do obliczenia obu liczb jest

A.

$$\begin{cases} x+y=198 \\ x+18=3y \end{cases}$$

B.

$$\begin{cases} x+y=198 \\ 3x+18=y \end{cases}$$

C.

$$\begin{cases} x+y=198 \\ \frac{1}{3}x+18=y \end{cases}$$

D.

$$\begin{cases} x+y=198 \\ 3(x+18)=y \end{cases}$$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Pierwszy warunek daje $x+y=198$.

Po dosadzeniu liczba iglastych wynosi $x+18$, a liściastych pozostaje y.

Zatem $y=3(x+18)$.

Odpowiedź: D.

Odpowiedź: D

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W parku miejskim rosną drzewa iglaste i liściaste. Wszystkich drzew jest 306. Gdyby rosło tam o 36 drzew iglastych więcej, to drzew liściastych byłoby 3 razy więcej niż iglastych. Przyjmijmy: x – liczba drzew iglastych obecnie, y – liczba drzew liściastych obecnie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań prowadzącym do obliczenia obu liczb jest

A.

$$\begin{cases} x+y=306 \\ x+36=3y \end{cases}$$

B.

$$\begin{cases} x+y=306 \\ 3x+36=y \end{cases}$$

C.

$$\begin{cases} x+y=306 \\ \frac{1}{3}x+36=y \end{cases}$$

D.

$$\begin{cases} x+y=306 \\ 3(x+36)=y \end{cases}$$

Wykonaj kolejne kroki

1. Oznacz liczby obecnie rosnących drzew.

2. Zapisz łączną liczbę.

3. Zapisz nową liczbę iglastych.

4. Zapisz relację po dosadzeniu.

3 / Spróbuj samodzielnie

W parku miejskim rosną drzewa iglaste i liściaste. Wszystkich drzew jest 342. Gdyby rosło tam o 42 drzew iglastych więcej, to drzew liściastych byłoby 3 razy więcej niż iglastych. Przyjmijmy: x – liczba drzew iglastych obecnie, y – liczba drzew liściastych obecnie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań prowadzącym do obliczenia obu liczb jest

A.

$$\begin{cases} x+y=342 \\ x+42=3y \end{cases}$$

B.

$$\begin{cases} x+y=342 \\ 3x+42=y \end{cases}$$

C.

$$\begin{cases} x+y=342 \\ \frac{1}{3}x+42=y \end{cases}$$

D.

$$\begin{cases} x+y=342 \\ 3(x+42)=y \end{cases}$$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 10

Własności funkcji liniowej

1 / Oryginalne zadanie 10 · 0–1 pkt

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = 3x - 4$.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Funkcja f jest rosnąca.	P	F
Wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie $(0, 4)$.	P	F

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Współczynnik przy x wynosi 3 i jest dodatni, więc funkcja rośnie.

Punkt przecięcia osi Oy to $(0, f(0)) = (0, -4)$, więc drugie zdanie jest fałszywe.

Odpowiedź: PF.

Odpowiedź: PF

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = 6x - 7$.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Funkcja f jest rosnąca.	P	F
Wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie $(0, 7)$.	P	F

Wykonaj kolejne kroki

1. Odczytaj współczynnik przy x.

2. Z jego znaku określ kierunek zmian.

3. Oblicz f(0).

4. Oceń oba stwierdzenia.

3 / Spróbuj samodzielnie

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = 7x - 8$.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Funkcja f jest rosnąca.	P	F
Wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie $(0, 8)$.	P	F

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 11

Parametr i miejsce zerowe

1 / Oryginalne zadanie 11 · 0–1 pkt

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 2x^2 - kx + 6$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji f.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. -11 **B.** -7

C. 7 **D.** 11

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Miejsce zerowe oznacza $f(2) = 0$.

Podstawiamy: $2 \cdot 2^2 - 2k + 6 = 0$.

Zatem $k = \frac{14}{2} = 7$.

Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 5x^2 - kx + 12$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Liczba 5 jest miejscem zerowym funkcji f.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. $\frac{142}{5}$ **B.** $\frac{132}{5}$

C. $\frac{137}{5}$ **D.** $\frac{147}{5}$

Wykonaj kolejne kroki

1. Zapisz wartość funkcji w miejscu zerowym.

2. Podstaw argument do wzoru.

3. Zbierz składniki z k.

4. Rozwiąż równanie.

3 / Spróbuj samodzielnie

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 6x^2 - kx + 14$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Liczba 6 jest miejscem zerowym funkcji f.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. $\frac{118}{3}$ **B.** $\frac{112}{3}$

C. $\frac{121}{3}$ **D.** $\frac{115}{3}$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 12

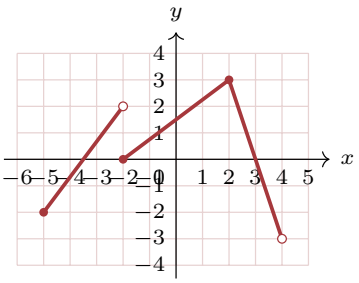
Dziedzina i znaki funkcji

1 / Oryginalne zadanie 12 · 0–4 pkt

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{4}{3}(x-0)+\frac{14}{3} & \text{dla } x\in[-5,-2),\\ \frac{3}{4}(x-0)+\frac{3}{2} & \text{dla } x\in[-2,2],\\ -3(x-0)+9 & \text{dla } x\in(2,4).\end{cases}$$

Wykres funkcji $y=f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) na rysunku poniżej.



Zadanie 12.1. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby.

1. Funkcja f ma dokładnie ..... miejsca zerowe.
2. Funkcja f osiąga największą wartość dla argumentu ..... .

Zadanie 12.2. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział ..... .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których f przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział ..... .

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Wykres przecina oś Ox w trzech punktach: $x=-\frac{7}{2}$, $x=-2$ i $x=3$.

Najwyższy punkt ma współrzędne $(2,3)$.

Wykres obejmuje argumenty $[-5,4)$.

Leży na osi lub nad nią dla $x\in[-\frac{7}{2},3]$.

Odpowiedź: $3;\ 2;\ [-5,4);\ [-\frac{7}{2},3]$

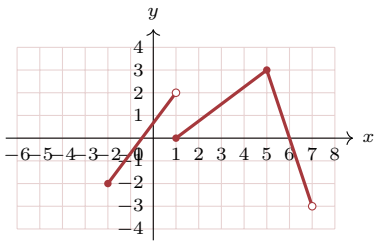
Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 12.1–12.2, s. 12–13. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{4}{3}(x-3)+\frac{14}{3} & \text{dla } x\in[-2,1),\\ \frac{3}{4}(x-3)+\frac{3}{2} & \text{dla } x\in[1,5],\\ -3(x-3)+9 & \text{dla } x\in(5,7).\end{cases}$$

Wykres funkcji $y=f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) na rysunku poniżej.



Zadanie 12.1. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby.

1. Funkcja f ma dokładnie ..... miejsca zerowe.
2. Funkcja f osiąga największą wartość dla argumentu ..... .

Zadanie 12.2. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział ..... .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których f przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział ..... .

Wykonaj kolejne kroki

1. Policz przecięcia osi poziomej.

2. Odczytaj argument najwyższego punktu.

3. Odczytaj skrajne argumenty i rodzaje końców.

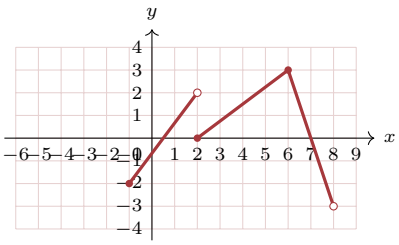
4. Znajdź x, dla których wykres leży na osi lub ponad nią.

3 / Spróbuj samodzielnie

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{4}{3}(x-4)+\frac{14}{3} & \text{dla } x\in[-1,2),\\ \frac{3}{4}(x-4)+\frac{3}{2} & \text{dla } x\in[2,6],\\ -3(x-4)+9 & \text{dla } x\in(6,8).\end{cases}$$

Wykres funkcji $y=f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) na rysunku poniżej.



Zadanie 12.1. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby.

1. Funkcja f ma dokładnie ..... miejsca zerowe.
2. Funkcja f osiąga największą wartość dla argumentu ..... .

Zadanie 12.2. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział ..... .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których f przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział ..... .

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 13

Symetria i przesunięcie paraboli

1 / Oryginalne zadanie 13 · 0–2 pkt

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola o wierzchołku w punkcie $W = (-3, 7)$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Liczba t spełnia warunki $f(t) = f(-9)$ oraz $t \neq -9$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba t jest równa

A. 3 **B.** 9

C. 15 **D.** 21

Zadanie 13.2. (0–1)

Funkcja kwadratowa g jest określona wzorem $g(x) = f(x - 5)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wierzchołek wykresu g ma współrzędne

A. $(-8, 7)$ **B.** $(-3, 2)$

C. $(-3, 12)$ **D.** $(2, 7)$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Oś symetrii to $x = -3$.

Dwa różne argumenty o równej wartości są symetryczne względem tej osi.

Zatem $t = 2 \cdot (-3) - (-9) = 3$.

Wzór $f(x - 5)$ przesuwa wykres w prawo o 5, więc nowy wierzchołek to $(2, 7)$.

Odpowiedź: A; D

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 13.1–13.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola o wierzchołku w punkcie $W = (-6, 10)$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Liczba t spełnia warunki $f(t) = f(-15)$ oraz $t \neq -15$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba t jest równa

A. 3 **B.** 5

C. 1 **D.** 7

Zadanie 13.2. (0–1)

Funkcja kwadratowa g jest określona wzorem $g(x) = f(x - 8)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wierzchołek wykresu g ma współrzędne

A. $(-14, 10)$ **B.** $(-6, 2)$

C. $(-6, 18)$ **D.** $(2, 10)$

Wykonaj kolejne kroki

1. Zapisz oś symetrii.

2. Znajdź punkt symetryczny do podanego argumentu.

3. Ustal kierunek przesunięcia we wzorze g.

4. Przesuń współrzędne wierzchołka.

3 / Spróbuj samodzielnie

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola o wierzchołku w punkcie $W = (-7, 11)$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Liczba t spełnia warunki $f(t) = f(-17)$ oraz $t \neq -17$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba t jest równa

A. 3 **B.** 5

C. 1 **D.** 7

Zadanie 13.2. (0–1)

Funkcja kwadratowa g jest określona wzorem $g(x) = f(x - 9)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wierzchołek wykresu g ma współrzędne

A. $(-16, 11)$ **B.** $(-7, 2)$

C. $(-7, 20)$ **D.** $(2, 11)$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 14

Ciąg dany rekurencyjnie

1 / Oryginalne zadanie 14 · 0–2 pkt

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n - 6$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Piąty wyraz ciągu jest równy

A. -4 **B.** -16

C. -22 **D.** -28

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.	P	F
Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Każdy kolejny wyraz jest o 6 mniejszy.

Mamy stałą różnicę $r = -6$, więc ciąg jest arytmetyczny i malejący.

Piąty wyraz to $a_5 = 2 + 4 \cdot (-6) = -22$.

Odpowiedź: C; PP

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 5$, $a_{n+1} = a_n - 9$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Piąty wyraz ciągu jest równy

A. -29 **B.** -33

C. -31 **D.** -40

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.	P	F
Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F

Wykonaj kolejne kroki

1. Ustal różnicę kolejnych wyrazów.

2. Przejdź cztery kroki od pierwszego wyrazu.

3. Sprawdź definicję ciągu arytmetycznego.

4. Ze znaku różnicy określ monotoniczność.

3 / Spróbuj samodzielnie

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 6$, $a_{n+1} = a_n - 10$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Piąty wyraz ciągu jest równy

A. -32 **B.** -36

C. -34 **D.** -44

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.	P	F
Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 15

Suma ciągu arytmetycznego

1 / Oryginalne zadanie 15 · 0–2 pkt

Czterowyrazowy ciąg $(7, a_2, a_3, a_4)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 54.

Oblicz drugi wyraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Kolejne wyrazy zapisujemy jako 7, $7 + r$, $7 + 2r$ i $7 + 3r$.

Suma daje $28 + 6r = 54$, stąd $r = \frac{13}{3}$.

Drugi wyraz wynosi $a_2 = 7 + \frac{13}{3} = \frac{34}{3}$.

Odpowiedź: $\frac{34}{3}$

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Czterowyrazowy ciąg $(10, a_2, a_3, a_4)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 96.
Oblicz drugi wyraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Wykonaj kolejne kroki

1. Zapisz cztery wyrazy przez różnicę r.

2. Dodaj wyrazy.

3. Wyznacz r z podanej sumy.

4. Oblicz drugi wyraz.

3 / Spróbuj samodzielnie

Czterowyrazowy ciąg $(11, a_2, a_3, a_4)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 110.
Oblicz drugi wyraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 16

Iloczyn pięciu wyrazów geometrycznych

1 / Oryginalne zadanie 16 · 0–1 pkt

Pięciowyrazowy ciąg $(a_1, a_2, 2, a_4, a_5)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn $a_1 \cdot a_2 \cdot 2 \cdot a_4 \cdot a_5$ jest równy

A. 2 **B.** 16

C. 32 **D.** 64

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Oznaczmy iloraz przez q.

Środkowy wyraz jest niezerowy, więc q także jest niezerowy.

Wyrazy można zapisać jako $2/q^2$, $2/q$, 2, $2q$, $2q^2$.

Po pomnożeniu potęgi q się skracają i zostaje $2^5 = 32$.

Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Pięciowyrazowy ciąg $(a_1, a_2, 5, a_4, a_5)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn $a_1 \cdot a_2 \cdot 5 \cdot a_4 \cdot a_5$ jest równy

A. 3126 **B.** 3124

C. 3127 **D.** 3125

Wykonaj kolejne kroki

1. Zapisz wyrazy względem środkowego i ilorazu.

2. Uzasadnij, że iloraz jest niezerowy.

3. Pomnóż pięć wyrazów.

4. Skróć potęgi ilorazu.

3 / Spróbuj samodzielnie

Pięciowyrazowy ciąg $(a_1, a_2, 6, a_4, a_5)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn $a_1 \cdot a_2 \cdot 6 \cdot a_4 \cdot a_5$ jest równy

A. 7776 **B.** 7777

C. 7775 **D.** 7778

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 17

Sinus i krótsza przyprostokątna

1 / Oryginalne zadanie 17 · 0–1 pkt

Dany jest trójkąt prostokątny o takim kącie α, że $\sin\alpha = \frac{1}{4}$. Przeciwprostokątna tego trójkąta ma długość 8.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Krótsza przyprostokątna ma długość

A. 1 **B.** 2

C. 4 **D.** $2\sqrt{15}$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Przyprostokątna naprzeciw kąta ma długość $a = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2$.

Druga ma długość $\sqrt{8^2 - (2)^2}$ i jest większa, więc obliczony bok jest krótszą przyprostokątną.

Odpowiedź: B.

Odpowiedź: B

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dany jest trójkąt prostokątny o takim kącie α, że $\sin\alpha = \frac{1}{7}$. Przeciwprostokątna tego trójkąta ma długość 20.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Krótsza przyprostokątna ma długość

A. $\frac{20}{7}$ **B.** $\frac{27}{7}$

C. $\frac{13}{7}$ **D.** $\frac{34}{7}$

Wykonaj kolejne kroki

1. Zapisz definicję sinusa.

2. Podstaw przeciwprostokątną.

3. Oblicz przyprostokątną naprzeciw kąta.

4. Sprawdź, czy jest krótsza.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dany jest trójkąt prostokątny o takim kącie α, że $\sin\alpha = \frac{1}{8}$. Przeciwprostokątna tego trójkąta ma długość 24.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Krótsza przyprostokątna ma długość

A. 4 **B.** 3

C. 2 **D.** 5

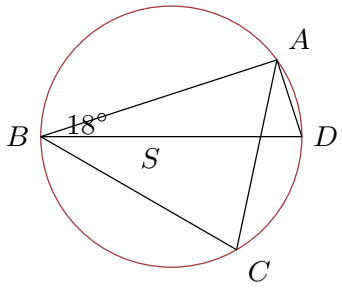
Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 18

Kąt wpisany i średnica

1 / Oryginalne zadanie 18 · 0–1 pkt

Punkty A, B, C oraz D leżą na okręgu o środku w punkcie S. Odcinek BD jest średnicą tego okręgu oraz $|\angle ABD| = 18^\circ$. Punkt D leży na krótszym łuku CA (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego BCA jest równa

A. 36° **B.** 60°

C. 72° **D.** 81°

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Kąt BAD opiera się na średnicy BD, więc ma 90°.

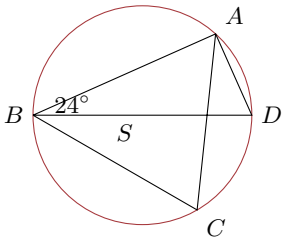
W trójkącie ABD kąt ADB wynosi $180^\circ - 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$.

Kąty ADB i ACB opierają się na tym samym łuku AB, więc mają tę samą miarę.

Odpowiedź: C

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Punkty A, B, C oraz D leżą na okręgu o środku w punkcie S. Odcinek BD jest średnicą tego okręgu oraz $|\angle ABD| = 24°$. Punkt D leży na krótszym łuku CA (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego BCA jest równa

A. $56°$ **B.** $76°$

C. $66°$ **D.** $71°$

Wykonaj kolejne kroki

1. Wskaż kąt oparty na średnicy.

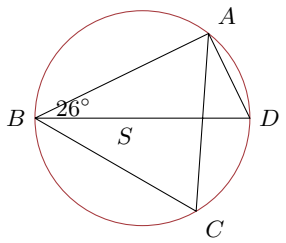
2. Zastosuj sumę kątów w ABD.

3. Porównaj łuki kątów ADB i ACB.

4. Podaj szukaną miarę.

3 / Spróbuj samodzielnie

Punkty A, B, C oraz D leżą na okręgu o środku w punkcie S. Odcinek BD jest średnicą tego okręgu oraz $|\angle ABD| = 26°$. Punkt D leży na krótszym łuku CA (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego BCA jest równa

A. $54°$ **B.** $74°$

C. $64°$ **D.** $69°$

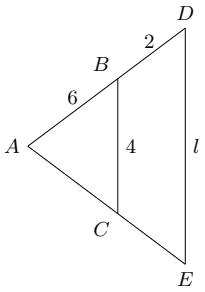
Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 19

Twierdzenie Talesa

1 / Oryginalne zadanie 19 · 0–1 pkt

Ramiona kąta o wierzchołku w punkcie A przecięto prostymi równoległymi k i l. Prosta k przecina ramiona w punktach B i C, a l w punktach D i E. Punkty B, D leżą na jednym ramieniu, a C, E na drugim. Ponadto $|AB| = 6$, $|BC| = 4$ oraz $|BD| = 2$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek DE ma długość

A. $\frac{8}{3}$ **B.** $\frac{16}{3}$

C. 6 **D.** 8

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Cały odcinek AD ma długość $6 + 2 = 8$.

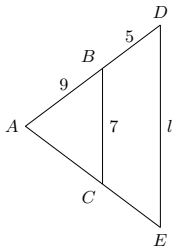
Z podobieństwa trójkątów ABC i ADE mamy $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$, więc $DE = 4 \cdot \frac{8}{6} = \frac{16}{3}$.

Odpowiedź: B.

Odpowiedź: B

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Ramiona kąta o wierzchołku w punkcie A przecięto prostymi równoległymi k i l. Prosta k przecina ramiona w punktach B i C, a l w punktach D i E. Punkty B, D leżą na jednym ramieniu, a C, E na drugim. Ponadto $|AB| = 9$, $|BC| = 7$ oraz $|BD| = 5$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek DE ma długość

A. $\frac{107}{9}$ **B.** $\frac{89}{9}$

C. $\frac{98}{9}$ **D.** $\frac{116}{9}$

Wykonaj kolejne kroki

1. Oblicz całą długość AD.

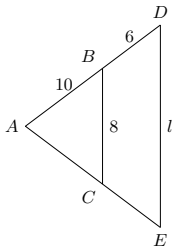
2. Wskaż podobne trójkąty.

3. Zapisz proporcję.

4. Wyznacz DE.

3 / Spróbuj samodzielnie

Ramiona kąta o wierzchołku w punkcie A przecięto prostymi równoległymi k i l. Prosta k przecina ramiona w punktach B i C, a l w punktach D i E. Punkty B, D leżą na jednym ramieniu, a C, E na drugim. Ponadto $|AB| = 10$, $|BC| = 8$ oraz $|BD| = 6$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek DE ma długość

A. $\frac{69}{5}$ **B.** $\frac{59}{5}$

C. $\frac{74}{5}$ **D.** $\frac{64}{5}$

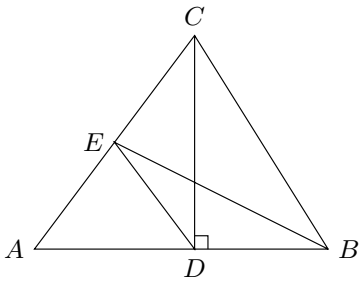
Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 20

Dowód zależności między kątami

1 / Oryginalne zadanie 20 · 0–2 pkt

W trójkącie ostrokątnym ABC punkt D leży na boku AB, a punkt E na boku AC. Odcinek BE jest środkową, a CD wysokością tego trójkąta. Ponadto $|DB| = |DE|$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|\angle CAB| = 2|\angle ABE|$.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

W trójkącie prostokątnym ADC punkt E jest środkiem przeciwprostokątnej, więc $ED = EA$.

Oznaczmy kąt przy A przez α, a kąt ABE przez β.

Trójkąt ADE jest równoramienny, więc kąt ADE ma miarę α.

Kąt EDB ma zatem miarę $180^\circ - \alpha$.

Trójkąt DBE także jest równoramienny; jego kąty przy B i E mają miarę β, więc $180^\circ - \alpha = 180^\circ - 2\beta$.

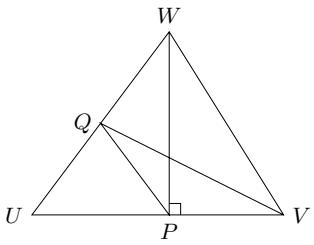
Stąd $\alpha = 2\beta$.

Odpowiedź: $|\angle CAB| = 2|\angle ABE|$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 20, s. 20. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W trójkącie ostrokątnym UVW punkt P leży na boku UV, a punkt Q na boku UW. Odcinek VQ jest środkową, a WP wysokością tego trójkąta. Ponadto $|PV| = |PQ|$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|\angle WUV| = 2|\angle UVQ|$**.**

Wykonaj kolejne kroki

1. Użyj własności środka przeciwprostokątnej.

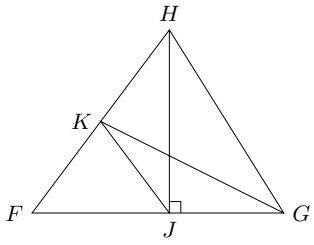
2. Wskaż dwa trójkąty równoramienne.

3. Wyraź kąt przy stopie wysokości na dwa sposoby.

4. Porównaj zapisy i wyciągnij wniosek.

3 / Spróbuj samodzielnie

W trójkącie ostrokątnym FGH punkt J leży na boku FG, a punkt K na boku FH. Odcinek GK jest środkową, a HJ wysokością tego trójkąta. Ponadto $|JG| = |JK|$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|\angle HFG| = 2|\angle FGK|$**.**

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 21

Cosinus kąta rozwartego

1 / Oryginalne zadanie 21 · 0–1 pkt

Kąt α jest rozwarty oraz $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta α jest równy

A. $-\frac{4}{5}$ **B.** $-\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{4}{5}$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Z jedynki trygonometrycznej mamy $\cos^2\alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$.

Cosinus kąta rozwartego jest ujemny, więc $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$.

Odpowiedź: A.

Odpowiedź: A

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Kąt α jest rozwarty oraz $\sin\alpha = \frac{7}{25}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta α jest równy

A. $-\frac{24}{25}$ **B.** $\frac{1}{25}$

C. $-\frac{49}{25}$ **D.** $\frac{26}{25}$

Wykonaj kolejne kroki

1. Zapisz jedynkę trygonometryczną.

2. Wyznacz kwadrat cosinusa.

3. Oblicz wartość bezwzględną cosinusa.

4. Ustal znak dla kąta rozwartego.

3 / Spróbuj samodzielnie

Kąt α jest rozwarty oraz $\sin\alpha = \frac{20}{29}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta α jest równy

A. $\frac{8}{29}$ **B.** $-\frac{21}{29}$

C. $-\frac{50}{29}$ **D.** $\frac{37}{29}$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 22

Przekątne równoległoboku

1 / Oryginalne zadanie 22 · 0–3 pkt

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $D = (6, 19)$. Bok AB zawiera się w prostej $y = \frac{1}{2}x + 9$, a bok AD w prostej $y = 4x + (-5)$. Punkt $K = (10, 14)$ jest środkiem odcinka AB. Przekątne przecinają się w punkcie S.

Oblicz współrzędne punktu S. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Punkt A to przecięcie prostych: $\frac{1}{2}x + 9 = 4x + (-5)$.

Otrzymujemy $A = (4, 11)$.

Ponieważ K jest środkiem AB, $B = 2K - A = (16, 17)$.

Przekątne równoległoboku dzielą się na połowy, więc S jest środkiem BD: $S = (11, 18)$.

Odpowiedź: $S = (11, 18)$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 22, s. 22. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $D = (9, 22)$. Bok AB zawiera się w prostej $y = \frac{1}{2}x + \frac{21}{2}$, a bok AD w prostej $y = 4x + (-14)$. Punkt $K = (13, 17)$ jest środkiem odcinka AB. Przekątne przecinają się w punkcie S.

Oblicz współrzędne punktu S. Zapisz obliczenia.

Wykonaj kolejne kroki

1. Znajdź przecięcie prostych zawierających boki.

2. Z warunku środka odcinka wyznacz B.

3. Przypomnij własność przekątnych równoległoboku.

4. Oblicz środek BD.

3 / Spróbuj samodzielnie

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $D = (10, 23)$. Bok AB zawiera się w prostej $y = \frac{1}{2}x + 11$, a bok AD w prostej $y = 4x + (-17)$. Punkt $K = (14, 18)$ jest środkiem odcinka AB. Przekątne przecinają się w punkcie S.

Oblicz współrzędne punktu S. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 23

Obwód kwadratu ze współrzędnych

1 / Oryginalne zadanie 23 · 0–1 pkt

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-3, 1)$ oraz $B = (1, -3)$ są kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód kwadratu jest równy

A. $4\sqrt{2}$ **B.** $16\sqrt{2}$

C. 16 **D.** 32

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Długość boku wynosi $AB = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{2}$.

Obwód to cztery boki, czyli $16\sqrt{2}$.

Odpowiedź: B

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-6, 4)$ oraz $B = (4, -6)$ są kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód kwadratu jest równy

A. $10\sqrt{2}$ **B.** $40\sqrt{2}$

C. 40 **D.** 80

Wykonaj kolejne kroki

1. Oblicz różnice współrzędnych.

2. Zastosuj wzór na długość odcinka.

3. Uprość pierwiastek.

4. Pomnóż bok przez 4.

3 / Spróbuj samodzielnie

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-7, 5)$ oraz $B = (5, -7)$ są kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód kwadratu jest równy

A. $12\sqrt{2}$ **B.** $48\sqrt{2}$

C. 48 **D.** 96

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 24

Okrąg ze średnicy

1 / Oryginalne zadanie 24 · 0–1 pkt

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (1, 1)$ i $B = (3, -1)$ jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg jest określony równaniem

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$

B. $x^2 + (y-2)^2 = 2$

C. $(x-2)^2 + y^2 = 2$

D. $(x-2)^2 + y^2 = 8$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Środek średnicy to $S = (2, 0)$.

Kwadrat odległości SA wynosi $1 + 1 = 2$.

Równanie okręgu ma więc postać $(x-2)^2 + y^2 = 2$.

Odpowiedź: C

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 24, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (4, 1)$ i $B = (12, -7)$ jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg jest określony równaniem

A. $(x-8)^2 + (y+(3))^2 = 128$
B. $(x+8)^2 + (y--3)^2 = 32$
C. $(x-8)^2 + (y+(3))^2 = 32$
D. $x^2 + y^2 = 32$

Wykonaj kolejne kroki

1. Znajdź środek średnicy.

2. Oblicz kwadrat odległości od środka do A.

3. Zapisz wzór okręgu.

4. Podstaw dane.

3 / Spróbuj samodzielnie

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (5, 1)$ i $B = (15, -9)$ jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg jest określony równaniem

A. $(x-10)^2 + (y+(4))^2 = 200$
B. $(x+10)^2 + (y--4)^2 = 50$
C. $(x-10)^2 + (y+(4))^2 = 50$
D. $x^2 + y^2 = 50$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 25

Wysokość ostrosłupa

1 / Oryginalne zadanie 25 · 0–1 pkt

Każda z krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 12.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $3\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{6}$ **D.** $6\sqrt{2}$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Rzut krawędzi bocznej na podstawę to połowa przekątnej kwadratu: $\frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$.

Z Pitagorasa $h^2 = 12^2 - (6\sqrt{2})^2 = 72$, więc $h = 6\sqrt{2}$.

Odpowiedź: D

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 25, s. 25. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Każda z krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 18.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. $9\sqrt{3}$ **B.** $10\sqrt{2}$

C. $9\sqrt{6}$ **D.** $9\sqrt{2}$

Wykonaj kolejne kroki

1. Oblicz przekątną podstawy.

2. Weź jej połowę.

3. Zastosuj Pitagorasa do wysokości i krawędzi bocznej.

4. Oblicz dodatni pierwiastek.

3 / Spróbuj samodzielnie

Każda z krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 20.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. $10\sqrt{3}$ **B.** $11\sqrt{2}$

C. $10\sqrt{6}$ **D.** $10\sqrt{2}$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 26

Powierzchnia i kąt stożka

1 / Oryginalne zadanie 26 · 0–1 pkt

Tworząca stożka o promieniu podstawy 3 ma długość 6.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Pole powierzchni bocznej stożka jest dwukrotnie większe od pola jego podstawy.	P	F
Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę 60°.	P	F

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Pole boczne wynosi $\pi r l = 18\pi$, a podstawa ma pole $\pi r^2 = 9\pi$.

Stosunek jest równy 2.

W połowie przekroju osiowego $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{l} = \frac{1}{2}$.

Połowa kąta rozwarcia ma 30°, więc cały kąt ma 60°.

Odpowiedź: PP.

Odpowiedź: PP

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Tworząca stożka o promieniu podstawy 6 ma długość 12.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Pole powierzchni bocznej stożka jest dwukrotnie większe od pola jego podstawy.	P	F
Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę 60°.	P	F

Wykonaj kolejne kroki

1. Oblicz pole podstawy.

2. Oblicz pole boczne i porównaj pola.

3. Rozważ połowę przekroju osiowego.

4. Oblicz połowę kąta rozwarcia, a potem cały kąt.

3 / Spróbuj samodzielnie

Tworząca stożka o promieniu podstawy 7 ma długość 14.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Pole powierzchni bocznej stożka jest dwukrotnie większe od pola jego podstawy.	P	F
Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę 60°.	P	F

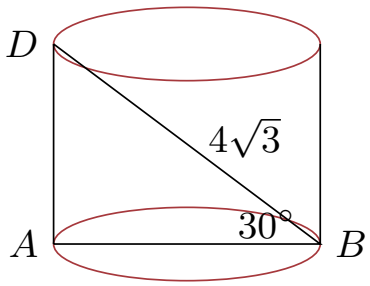
Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 27

Walec z przekroju osiowego

1 / Oryginalne zadanie 27 · 0–4 pkt

Odcinek AD jest wysokością walca, a odcinek AB średnicą podstawy walca. Odcinek BD ma długość $4\sqrt{3}$. Miara kąta ABD jest równa 30° (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

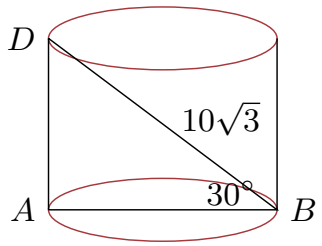
W trójkącie prostokątnym ABD mamy $h = 4\sqrt{3}\sin 30^\circ = 2\sqrt{3}$ i $2r = 4\sqrt{3}\cos 30^\circ = 6$, więc $r = 3$.
Stosujemy $V = \pi r^2 h = 18\pi\sqrt{3}$ i $P_c = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 18\pi + 12\pi\sqrt{3}$.

Odpowiedź: $V = 18\pi\sqrt{3}$, $P_c = 18\pi + 12\pi\sqrt{3}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 27, s. 26. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Odcinek AD jest wysokością walca, a odcinek AB średnicą podstawy walca. Odcinek BD ma długość $10\sqrt{3}$. Miara kąta ABD jest równa 30° (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca. Zapisz obliczenia.

Wykonaj kolejne kroki

1. Oblicz wysokość z sinusa.

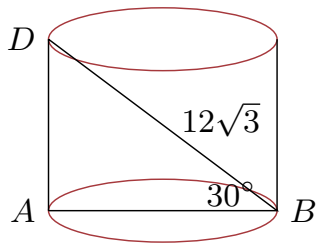
2. Oblicz średnicę z cosinusa, a następnie promień.

3. Oblicz objętość walca.

4. Dodaj pola dwóch podstaw i pole boczne.

3 / Spróbuj samodzielnie

Odcinek AD jest wysokością walca, a odcinek AB średnicą podstawy walca. Odcinek BD ma długość $12\sqrt{3}$. Miara kąta ABD jest równa 30° (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 28

Zliczanie liczb z równymi cyframi

1 / Oryginalne zadanie 28 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych 4-cyfrowych parzystych, w których cyfra pierwsza i ostatnia są równe, jest

A. 400 **B.** 500

C. 900 **D.** 1600

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Pierwsza i ostatnia cyfra musi być jedną z 2, 4, 6, 8, więc mamy 4 możliwości.

Każda z 2 środkowych cyfr ma 10 możliwości.

Łącznie otrzymujemy $4 \cdot 10^2 = 400$.

Odpowiedź: A.

Odpowiedź: A

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych 7-cyfrowych parzystych, w których cyfra pierwsza i ostatnia są równe, jest

A. 400001 **B.** 399999

C. 400002 **D.** 400000

Wykonaj kolejne kroki

1. Wskaż parzyste niezerowe cyfry.

2. Wybierz wspólną cyfrę pierwszą i ostatnią.

3. Policz możliwości dla środkowych pozycji.

4. Zastosuj zasadę mnożenia.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych 8-cyfrowych parzystych, w których cyfra pierwsza i ostatnia są równe, jest

A. 4000000 **B.** 4000001

C. 3999999 **D.** 4000002

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 29

Średnia ważona wieku

1 / Oryginalne zadanie 29 · 0–1 pkt

W pewnej miejscowości są dwie szkoły. W pierwszej jest 3 razy więcej uczniów niż w drugiej. Średni wiek w pierwszej to 9 lat, a w drugiej 13 lat.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średni wiek uczniów obu szkół, wyrażony w latach, jest równy

A. 10 **B.** $10{,}5$

C. 11 **D.** $11{,}5$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Jeśli w drugiej szkole jest n uczniów, to w pierwszej jest $3n$.

Suma ich wieków wynosi $9 \cdot 3n + 13n$.

Dzielimy przez $4n$ i dostajemy $\frac{40}{4} = 10$.

Odpowiedź: A.

Odpowiedź: A

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W pewnej miejscowości są dwie szkoły. W pierwszej jest 6 razy więcej uczniów niż w drugiej. Średni wiek w pierwszej to 12 lat, a w drugiej 16 lat.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średni wiek uczniów obu szkół, wyrażony w latach, jest równy

A. $\frac{88}{7}$ **B.** $\frac{95}{7}$

C. $\frac{81}{7}$ **D.** $\frac{102}{7}$

Wykonaj kolejne kroki

1. Oznacz liczebność mniejszej szkoły.

2. Zapisz liczebność większej.

3. Wyznacz sumę wieków.

4. Podziel przez łączną liczbę uczniów.

3 / Spróbuj samodzielnie

W pewnej miejscowości są dwie szkoły. W pierwszej jest 7 razy więcej uczniów niż w drugiej. Średni wiek w pierwszej to 13 lat, a w drugiej 17 lat.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średni wiek uczniów obu szkół, wyrażony w latach, jest równy

A. $\frac{29}{2}$ **B.** $\frac{27}{2}$

C. $\frac{25}{2}$ **D.** $\frac{31}{2}$

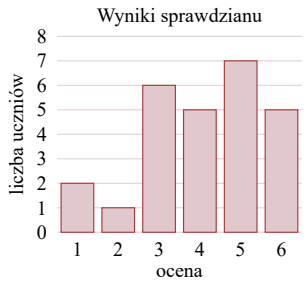
Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 30

Mediana z diagramu

1 / Oryginalne zadanie 30 · 0–1 pkt

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, a na pionowej liczbę uczniów, którzy je otrzymali.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen jest równa

A. 3 **B.** 3,5

C. 4 **D.** 5

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Z diagramu odczytujemy liczebności 2, 1, 6, 5, 7, 5, łącznie 26 uczniów.

Uporządkowane środkowe pozycje to 13 i 14.

Odczytujemy ich oceny i bierzemy średnią: 4.

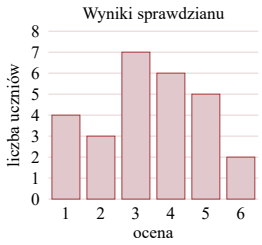
Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 30, s. 29. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, a na pionowej liczbę uczniów, którzy je otrzymali.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen jest równa

A. 4 **B.** 3

C. 2 **D.** 5

Wykonaj kolejne kroki

1. Odczytaj liczebności ocen.

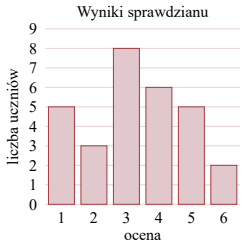
2. Policz wszystkich uczniów.

3. Znajdź środkowe pozycje uporządkowanej listy.

4. Odczytaj medianę.

3 / Spróbuj samodzielnie

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, a na pionowej liczbę uczniów, którzy je otrzymali.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen jest równa

A. 4 **B.** 2

C. 3 **D.** 5

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 31

Losowanie bez zwracania

1 / Oryginalne zadanie 31 · 0–2 pkt

Dany jest sześcioelementowy zbiór $K = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Ze zbioru K losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że pierwsza liczba będzie parzysta i iloczyn obu liczb będzie większy od 16. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Wszystkich uporządkowanych par bez powtórzeń jest $6 \cdot 5 = 30$.

Dla parzystych pierwszych liczb liczby sprzyjających drugich losowań wynoszą: 2: 0, 4: 3, 6: 4.

Łącznie mamy 7 par.

Stąd $P(A) = \frac{7}{30} = \frac{7}{30}$.

Odpowiedź: $\frac{7}{30}$

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dany jest sześcioelementowy zbiór $K = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Ze zbioru K losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że pierwsza liczba będzie parzysta i iloczyn obu liczb będzie większy od 31. Zapisz obliczenia.

Wykonaj kolejne kroki

1. Policz wszystkie pary bez powtórzeń.

2. Wybierz parzyste pierwsze liczby.

3. Dla każdej sprawdź dopuszczalne drugie liczby.

4. Podziel liczbę sprzyjających par przez wszystkie.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dany jest sześcioelementowy zbiór $K = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$. Ze zbioru K losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że pierwsza liczba będzie parzysta i iloczyn obu liczb będzie większy od 36. Zapisz obliczenia.

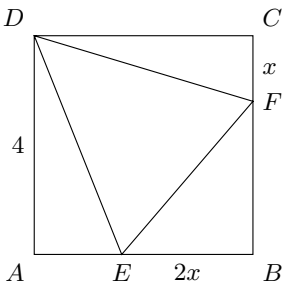
Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 32

Najmniejsze pole trójkąta

1 / Oryginalne zadanie 32 · 0–3 pkt

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Rozważamy wszystkie trójkąty DEF, w których E leży na AB, F leży na BC oraz $|CF| = \frac{1}{2}|EB| = x$, gdzie $x \in (0, 2)$ (zobacz rysunek). Niech $P(x)$ oznacza pole trójkąta DEF.



Wyznacz wzór funkcji P dla $x \in (0, 2)$. Oblicz x, dla którego pole jest najmniejsze. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Od pola kwadratu odejmujemy pola trzech trójkątów prostokątnych: $P(x) = 16 - \frac{1}{2}4(4-2x) - \frac{1}{2}(2x)(4-x) - \frac{1}{2}4x$.

Po uporządkowaniu $P(x) = x^2 - \frac{4}{2}x + \frac{16}{2}$.

Współczynnik przy x^2 jest dodatni.

Minimum osiągamy w wierzchołku: $x = \frac{4/2}{2} = 1$.

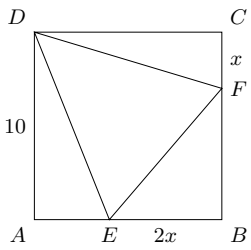
Ta liczba należy do podanego przedziału.

Odpowiedź: $P(x) = x^2 - \frac{4}{2}x + \frac{16}{2}$; $x = 1$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 32, s. 32. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 10. Rozważamy wszystkie trójkąty DEF, w których E leży na AB, F leży na BC oraz $|CF| = \frac{1}{2}|EB| = x$, gdzie $x \in (0, 5)$ (zobacz rysunek). Niech $P(x)$ oznacza pole trójkąta DEF.



Wyznacz wzór funkcji P dla $x \in (0, 5)$. Oblicz x, dla którego pole jest najmniejsze. Zapisz obliczenia.

Wykonaj kolejne kroki

1. Zapisz pola trzech trójkątów poza DEF.

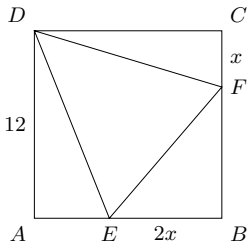
2. Odejmij je od pola kwadratu.

3. Uprość wzór funkcji pola.

4. Wyznacz wierzchołek paraboli i sprawdź przedział.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 12. Rozważamy wszystkie trójkąty DEF, w których E leży na AB, F leży na BC oraz $|CF| = \frac{1}{2}|EB| = x$, gdzie $x \in (0, 6)$ (zobacz rysunek). Niech $P(x)$ oznacza pole trójkąta DEF.



Wyznacz wzór funkcji P dla $x \in (0, 6)$. Oblicz x, dla którego pole jest najmniejsze. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie