Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Najmniejsze pole trójkąta

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Dodatnie boki prostokąta wynoszą x i $6-x$. Wyznacz największe pole.

2 UTRWALENIE +

Pole modeluje $P(x)=-2x^2+12x$ dla $0<x<6$. Wyznacz maksimum i jego argument.

3 UTRWALENIE +

Dla prostokąta o obwodzie 12 znajdź wszystkie długości boku x, dla których pole wynosi 8.

4 KROK DALEJ

$P(x)=-(x-3)^2+10$ rozpatrujemy tylko dla $x\in[0,2]$. Wyznacz maksimum.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Udowodnij bez pochodnych: jeśli x,y>0 i $x+y=6$, to $xy\leq 9$. Ustal równość.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla dodatnich x,y,z o sumie 9 wykaż $xy+yz+zx\leq 27$ i podaj wszystkie trójki, dla których zachodzi równość.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 32, s. 32. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Najmniejsze pole trójkąta

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Najpierw ustal dziedzinę modelu. Dla paraboli skierowanej w dół kandydatem maksimum jest wierzchołek; musi należeć do dziedziny.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

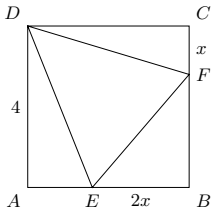
Boki to x i $6 - x$. Zapisz pole P(x).

2 JEDEN KROK DALEJ

Podaj argument maksimum $P(x) = -(x-3)^2 + 5$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 3 PKT

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Rozważamy wszystkie trójkąty DEF, w których E leży na AB, F leży na BC oraz $|CF| = \frac{1}{2}|EB| = x$, gdzie $x \in (0, 2)$ (zobacz rysunek). Niech $P(x)$ oznacza pole trójkąta DEF.



Wyznacz wzór funkcji P dla $x \in (0, 2)$. Oblicz x, dla którego pole jest najmniejsze. Zapisz obliczenia.

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 32/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 4x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(2)$ dla $P(x) = x(4 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $4 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -2x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 32/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 6x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(3)$ dla $P(x) = x(6 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $6 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -3x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 32/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 8x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(4)$ dla $P(x) = x(8 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $8 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -4x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 32/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 10x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(5)$ dla $P(x) = x(10 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $10 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -5x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 32. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $P(x) = x(4 - x)$ dla dodatnich boków.
$D = [0, 4]$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $P(x) = -x^2 + 4x$. Uczeń podaje maksimum.
$\max P = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $P(x) = -x^2 + 4x$. Uczeń opisuje ramiona.
Ramiona są skierowane w górę.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 32. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $P(x) = x(6 - x)$ dla dodatnich boków.
$D = [0, 6]$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $P(x) = -x^2 + 6x$. Uczeń podaje maksimum.
$\max P = 18$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $P(x) = -x^2 + 6x$. Uczeń opisuje ramiona.
Ramiona są skierowane w górę.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Ogród ma boki x oraz $10 - x$ metrów. Wyznacz x, dla którego pole jest największe.

Kontekst: Pole i funkcja kwadratowa / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny model zysku to $Z(x) = -(x - 5)^2 + 25$ zł. Podaj największy zysk i wielkość x.

Kontekst: Maksimum modelu zysku / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W doświadczeniu ruch opisuje model $h(t) = t(10 - t)$ cm dla $0 \leq t \leq 10$. Oblicz czas i wysokość maksimum.

Kontekst: Model ruchu / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Wierzchołek modelu $f(x) = a(x - 5)^2$ jest znany, a $f(7) = 12$. Odtwórz a i podaj wzór.

Kontekst: Odtwarzanie paraboli / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 32, s. 32. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).