Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Mediana z diagramu

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Z diagramu odczytujemy liczebności 2, 1, 6, 5, 7, 5, łącznie 26 uczniów. Uporządkowane środkowe pozycje to 13 i 14. Odczytujemy ich oceny i bierzemy średnią: 4. Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

1 / Od schematu do wyzwania

1. Wyznacz medianę i dominantę danych $4, 6, 6, 8, 10$.

Odpowiedź: $6, 6$

Dane są uporządkowane. Mediana to 3.pozycja. Jedyną najczęstszą wartością jest 6.

2. Liczbom 1,2,3,4 odpowiadają liczebności 2,3,4,1. Oblicz medianę i średnią.

Odpowiedź: $\text{Me} = 5/2,\ \bar{x} = 12/5$

Jest 10 danych. Pozycje 5 i 6 to 2 i 3, więc mediana 2,5. Suma ważona $2 + 6 + 12 + 4 = 24$, zatem średnia 24/10.

3. Do danych $3, 5, 6, 8$ dodano 14. Oblicz medianę przed i po zmianie.

Odpowiedź: $\frac{11}{2}; 6$

Przed zmianą średnia 2.i 3.elementu to $\frac{11}{2}$. Po dopisaniu największej liczby środkowa jest 3.pozycja, czyli 6.

4. Dane mają postać $4, 6, x, 8, 10$. Znajdź wszystkie rzeczywiste x, dla których mediana wynosi 6.

Odpowiedź: $x \leq 6$

Dla x≤6 co najmniej 3 dane nie przekraczają 6, ale tylko 2 są mniejsze. Dla x>6 środkowa wartość jest większaod 6.

5. Dane $4, 6, x, 8, 10$ mają średnią 7. Znajdź x i medianę.

Odpowiedź: $x = 7,\ \text{Me} = 7$

Suma znanych wartości to 28. Równanie $28 + x = 5 \cdot 7$ daje $x = 7$. Po uporządkowaniu to także środkowa wartość.

6. Pięć liczb całkowitych ma średnią i medianę 6, jedyną dominantę 6 oraz rozstęp 2. Wyznacz wszystkie zestawy i uzasadnij jednoznaczność.

Odpowiedź: $5, 6, 6, 6, 7$

Skoro średnia wynosi 6, a rozstęp 2, skrajne wartości muszą wynosić 5 i 7; inaczej wszystkie liczby byłyby po jednej stronie średniej. Liczebności skrajnych wartości są równe, bo ich odchylenia od średniej mają przeciwne znaki. Możliwe liczebności to(1,3,1)lub(2,1,2). Tylko pierwsza daje jedyną dominantę 6.

2 / Małe kroki

1. Uporządkuj $8, 5, 6$, a następnie podaj medianę.

Odpowiedź: 6

Po uporządkowaniu środkowym elementem jest 6.

2. Oblicz medianę danych $4, 6, 8, 10$.

Odpowiedź: 7

Środkowe wartości to 6 i 8; ich średnia wynosi 7.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Podaj medianę $5, 6, 8$.

Odpowiedź: 6

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $4, 6, 8, 10$.

Odpowiedź: 7

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $6, 6, 7, 8$.

Odpowiedź: 6

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa B

1. Podaj medianę $6, 7, 9$.

Odpowiedź: 7

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $5, 7, 9, 11$.

Odpowiedź: 8

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $7, 7, 8, 9$.

Odpowiedź: 7

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa C

1. Podaj medianę $7, 8, 10$.

Odpowiedź: 8

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $6, 8, 10, 12$.

Odpowiedź: 9

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $8, 8, 9, 10$.

Odpowiedź: 8

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa D

1. Podaj medianę $8, 9, 11$.

Odpowiedź: 9

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $7, 9, 11, 13$.

Odpowiedź: 10

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $9, 9, 10, 11$.

Odpowiedź: 9

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Dane w kolejności pomiaru: $10, 4, 6$.

Odpowiedź: 6

Przed wyborem mediany trzeba uporządkować dane.

2. Dane uporządkowane: $4, 6, 8, 10$.

Odpowiedź: 7

Dla 4 danych bierzemy średnią 2.i 3.pozycji.

3. Dane: $6, 6, 7, 10$.

Odpowiedź: 6

Dominanta to najczęstsza, a nie największa wartość.

Grupa B

1. Dane w kolejności pomiaru: $11, 5, 7$.

Odpowiedź: 7

Przed wyborem mediany trzeba uporządkować dane.

2. Dane uporządkowane: $5, 7, 9, 11$.

Odpowiedź: 8

Dla 4 danych bierzemy średnią 2.i 3.pozycji.

3. Dane: $7, 7, 8, 11$.

Odpowiedź: 7

Dominanta to najczęstsza, a nie największa wartość.

5 / Matematyka w świecie

1. Czasy oczekiwania w minutach: $4, 6, 6, 8, 15$. Oblicz medianę.

Odpowiedź: 6

Środkowa 3.wartość po uporządkowaniu. Źródło opisuje miary środka danych.

2. Przychody 4 stoisk wyniosły $600, 600, 800, 1400$zł. Oblicz medianę przychodów.

Odpowiedź: 700zł

Środkowe wartości to 600 i 800 zł. Ich średnia to 700 zł.

3. Długości 5 siewek w mm: $5, 6, 6, 9, 10$. Podaj medianę i dominantę.

Odpowiedź: 6; 6

Środkowa i najczęstsza wartość to 6. Dane są umowne.

4. Uporządkowane dane to $4, 6, x, 10$. Mediana wynosi 7. Wyznacz x.

Odpowiedź: 8

$(6 + x)/2 = 7$ daje $x = 8$. Ta wartość zachowuje kolejność danych.