Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Zliczanie liczb z równymi cyframi

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Pierwsza i ostatnia cyfra musi być jedną z 2, 4, 6, 8, więc mamy 4 możliwości. Każda z 2 środkowych cyfr ma 10 możliwości. Łącznie otrzymujemy $4 \cdot 10^2 = 400$. Odpowiedź: A.

Odpowiedź: A

1 / Od schematu do wyzwania

1. Ile jest liczb 4-cyfrowych parzystych? Cyfry mogą się powtarzać.

Odpowiedź: 4500

Pierwsza cyfra: 9 możliwości, ostatnia: 5 parzystych cyfr, środek: 10^2. Mnożymy. Wynik: 4500.

2. Ile 4-cyfrowych liczb nieparzystych można utworzyć wyłącznie z cyfr 0, 1, 2, 3, 4? Powtórzenia są dozwolone.

Odpowiedź: 200

Pierwsza cyfra ma 4 wybory, ostatnia 2, każda z 2 środkowych po 5. Wynik: 200.

3. Ile jest trzycyfrowych liczb o różnych cyfrach, których pierwszą cyfrą jest 3?

Odpowiedź: 72

Cyfra pierwsza jest ustalona. Druga ma 9 możliwości, trzecia 8. Otrzymujemy $9 \cdot 8 = 72$. Wynik: 72.

4. Ile jest czterocyfrowych liczb parzystych o różnych cyfrach?

Odpowiedź: 2296

Jeśli ostatnią cyfrą jest 0, mamy $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ liczb. Dla każdej z cyfr 2,4,6,8 na końcu mamy $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$. Suma: $504 + 4 \cdot 448 = 2296$. Wynik: 2296.

5. Ile trzycyfrowych liczb z różnych cyfr 0,1,2,3,4 jest podzielnych przez 3? Uzasadnij zliczenie.

Odpowiedź: 20

Trójki cyfr o sumie podzielnej przez 3 to $\{0,1,2\}$, $\{0,2,4\}$, $\{1,2,3\}$, $\{2,3,4\}$. Trójki z zerem dają po 4 liczby, pozostałe po 6. Suma: $4 + 4 + 6 + 6 = 20$.

6. Wyprowadź wzór na liczbę n-cyfrowych liczb parzystych, których pierwsza i ostatnia cyfra są równe, dla $n \geq 2$. Wyjaśnij rolę zera.

Odpowiedź: $4 \cdot 10^{n-2}$

Wspólna skrajna cyfra musi być parzysta i niezerowa: 2,4,6,8. Mamy 4 wybory. Każda z n-2 środkowych pozycji dopuszcza wszystkie 10 cyfr. Z zasady mnożenia otrzymujemy $4 \cdot 10^{n-2}$. Dla n=2 pusty środek daje czynnik 1.

2 / Małe kroki

1. Ile jest dwucyfrowych liczb naturalnych?

Odpowiedź: 90

Liczby od 10 do 99: $99 - 10 + 1 = 90$. Wynik: 90.

2. Ile jest dwucyfrowych liczb nieparzystych?

Odpowiedź: 45

9 wyborów cyfry dziesiątek i 5 wyborów cyfry jedności: $9 \cdot 5 = 45$. Wynik: 45.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Kod ma 2 pola, w każdym po 4 możliwości. Ile kodów?

Odpowiedź: 16

Stosujemy zasadę mnożenia. Wynik: 16.

2. Ile napisów długości 3 z 4 liter, z powtórzeniami?

Odpowiedź: 64

Dla każdej z 3 pozycji tyle samo wyborów. Wynik: 64.

3. Ile wyborów pierwszej cyfry liczby naturalnej trzycyfrowej?

Odpowiedź: 9

Zero nie może być pierwszą cyfrą. Wynik: 9.

4. Ile cyfr parzystych jest w zbiorze cyfr od 0 do 9?

Odpowiedź: 5

Są to 0,2,4,6,8. Wynik: 5.

Grupa B

1. Kod ma 2 pola, w każdym po 5 możliwości. Ile kodów?

Odpowiedź: 25

Stosujemy zasadę mnożenia. Wynik: 25.

2. Ile napisów długości 3 z 5 liter, z powtórzeniami?

Odpowiedź: 125

Dla każdej z 3 pozycji tyle samo wyborów. Wynik: 125.

3. Ile wyborów pierwszej cyfry liczby naturalnej trzycyfrowej?

Odpowiedź: 9

Zero nie może być pierwszą cyfrą. Wynik: 9.

4. Ile cyfr parzystych jest w zbiorze cyfr od 0 do 9?

Odpowiedź: 5

Są to 0,2,4,6,8. Wynik: 5.

Grupa C

1. Kod ma 2 pola, w każdym po 6 możliwości. Ile kodów?

Odpowiedź: 36

Stosujemy zasadę mnożenia. Wynik: 36.

2. Ile napisów długości 3 z 6 liter, z powtórzeniami?

Odpowiedź: 216

Dla każdej z 3 pozycji tyle samo wyborów. Wynik: 216.

3. Ile wyborów pierwszej cyfry liczby naturalnej trzycyfrowej?

Odpowiedź: 9

Zero nie może być pierwszą cyfrą. Wynik: 9.

4. Ile cyfr parzystych jest w zbiorze cyfr od 0 do 9?

Odpowiedź: 5

Są to 0,2,4,6,8. Wynik: 5.

Grupa D

1. Kod ma 2 pola, w każdym po 7 możliwości. Ile kodów?

Odpowiedź: 49

Stosujemy zasadę mnożenia. Wynik: 49.

2. Ile napisów długości 3 z 7 liter, z powtórzeniami?

Odpowiedź: 343

Dla każdej z 3 pozycji tyle samo wyborów. Wynik: 343.

3. Ile wyborów pierwszej cyfry liczby naturalnej trzycyfrowej?

Odpowiedź: 9

Zero nie może być pierwszą cyfrą. Wynik: 9.

4. Ile cyfr parzystych jest w zbiorze cyfr od 0 do 9?

Odpowiedź: 5

Są to 0,2,4,6,8. Wynik: 5.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Liczymy wszystkie liczby dwucyfrowe.

Odpowiedź: $9 \cdot 10 = 90$

Pierwsza cyfra nie może być zerem.

2. Kod ma 3 niezależne pola po 4 możliwości.

Odpowiedź: 64

Możliwości mnożymy, nie dodajemy.

3. Liczymy trzycyfrowe liczby o różnych cyfrach.

Odpowiedź: $9 \cdot 9 \cdot 8$

Trzecia cyfra nie może powtórzyć żadnej z dwóch poprzednich.

Grupa B

1. Liczymy wszystkie liczby dwucyfrowe.

Odpowiedź: $9 \cdot 10 = 90$

Pierwsza cyfra nie może być zerem.

2. Kod ma 3 niezależne pola po 5 możliwości.

Odpowiedź: 125

Możliwości mnożymy, nie dodajemy.

3. Liczymy trzycyfrowe liczby o różnych cyfrach.

Odpowiedź: $9 \cdot 9 \cdot 8$

Trzecia cyfra nie może powtórzyć żadnej z dwóch poprzednich.

5 / Matematyka w świecie

1. Zamek ma kod z 4 cyfr. Zero na początku jest dozwolone. Ile jest kodów?

Odpowiedź: 10000

Każda z 4 pozycji ma 10 wyborów. Mnożymy.

2. Numer faktury ma jedną z 3 liter serii i 4 cyfry. Pierwsza cyfra jest niezerowa. Ile numerów można nadać?

Odpowiedź: 27000

Liczba numerów: $3 \cdot 9 \cdot 10^3 = 27000$.

3. W modelu sekwencja ma 4 symboli ze zbioru A,C,G,T. Ile różnych sekwencji istnieje?

Odpowiedź: 256

Wybór na każdej pozycji jest jednym z 4 symboli. Liczba sekwencji to 4^4.

4. Kod ma dwie pozycje i na każdej tyle samo k symboli. Istnieje 81 kodów. Wyznacz k.

Odpowiedź: 9

Zasada mnożenia daje $k^2 = 81$. Liczba symboli jest dodatnia, więc k=9.