Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Własności funkcji liniowej

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Współczynnik przy x wynosi 3 i jest dodatni, więc funkcja rośnie. Punkt przecięcia osi Oy to $(0, f(0)) = (0, -4)$, więc drugie zdanie jest fałszywe. Odpowiedź: PF.

Odpowiedź: PF

1 / Od schematu do wyzwania

1. $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$. Wyznacz k, gdy $f_k(1) = 0$.

Odpowiedź: $k = 1$

$2k + 4 - 6 = 0$, więc $k = 1$.

2. Dla $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$ znajdź wszystkie k, dla których funkcja rośnie.

Odpowiedź: $k > -4$

Współczynnik przy x ma być dodatni: $k + 4 > 0$.

3. $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$. Dla jakiego k wykres przechodzi przez $(0, 2)$?

Odpowiedź: $k = 8$

Na osi pionowej $f_k(0) = k - 6 = 2$.

4. Znajdź wszystkie k, dla których $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$ ma dodatnie miejsce zerowe.

Odpowiedź: $-4 < k < 6$

$x_0 = \frac{6-k}{k+4}$. Iloraz jest dodatni dla $-4 < k < 6$; drugie jednoczesne ustawienie znaków jest niemożliwe.

5. Wykaż, że wykresy $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$ dla wszystkich rzeczywistych k przechodzą przez jeden stały punkt. Znajdź go.

Odpowiedź: $(-1, -10)$

Grupujemy: $f_k(x) = k(x+1) + 4x - 6$. Zależność od k znika dla x=-1, a wtedy y=-10.

6. Dla $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$ sklasyfikuj liczbę rozwiązań równania $f_k(f_k(x)) = x$ w zależności od k.

Odpowiedź: Każde x dla $k = -5$; brak dla $k = -3$; jedno w pozostałych przypadkach.

Niech $A = k + 4$, $B = k - 6$. Równanie to $(A^2 - 1)x + B(A + 1) = 0$. Dla A=-1 oba współczynniki znikają. Dla A=1 mamy $2B \neq 0$. Dla $A \neq \pm 1$ równanie ma jeden pierwiastek.

2 / Małe kroki

1. Dla $f(x) = 3x + 2$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 2

Podstawienie x=0 zeruje pierwszy składnik.

2. $f(x) = (k+2)x$. Dla jakich k funkcja maleje?

Odpowiedź: $k < -2$

Wymagamy k+2<0.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Dla $f(x) = (k+3)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -3

Funkcja jest stała, gdy $k + 3 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 2$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 2

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k-3)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 3$

Współczynnik $k - 3$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 4$ znajdź k.

Odpowiedź: 2

$2 + k = 4$, więc k=2.

Grupa B

1. Dla $f(x) = (k + 4)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -4

Funkcja jest stała, gdy $k + 4 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 3$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 3

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k - 4)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 4$

Współczynnik $k - 4$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 5$ znajdź k.

Odpowiedź: 3

$2 + k = 5$, więc k=3.

Grupa C

1. Dla $f(x) = (k + 5)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -5

Funkcja jest stała, gdy $k + 5 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 4$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 4

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k - 5)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 5$

Współczynnik $k - 5$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 6$ znajdź k.

Odpowiedź: 4

$2 + k = 6$, więc k=4.

Grupa D

1. Dla $f(x) = (k + 6)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.

Odpowiedź: -6

Funkcja jest stała, gdy $k + 6 = 0$.

2. Dla $f(x) = kx + 5$ oblicz $f(0)$.

Odpowiedź: 5

Składnik z x zeruje się dla x=0.

3. Dla $f(x) = (k - 6)x$ podaj warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > 6$

Współczynnik $k - 6$ ma być dodatni.

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 7$ znajdź k.

Odpowiedź: 5

$2 + k = 7$, więc k=5.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. $f(x) = (k+4)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > -4$

Wzrost wymaga $k + 4 > 0$. Przeniesienie 4 daje przeciwną nierówność niż zapisana.

2. $f(x) = kx + 3$ i $f(0) = 3$. Uczeń wyznacza k.

Odpowiedź: Nie można wyznaczyć k.

Podstawienie x=0 daje tożsamość $3 = 3$, niezależną od k.

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 5$.

Odpowiedź: $k = 3$

Z równania $2 + k = 5$ odejmujemy 2, nie dodajemy.

Grupa B

1. $f(x) = (k+5)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.

Odpowiedź: $k > -5$

Wzrost wymaga $k + 5 > 0$. Przeniesienie 5 daje przeciwną nierówność niż zapisana.

2. $f(x) = kx + 4$ i $f(0) = 4$. Uczeń wyznacza k.

Odpowiedź: Nie można wyznaczyć k.

Podstawienie x=0 daje tożsamość $4 = 4$, niezależną od k.

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 6$.

Odpowiedź: $k = 4$

Z równania $2 + k = 6$ odejmujemy 2, nie dodajemy.

5 / Matematyka w świecie

1. Taksówka w modelu pobiera 7 zł opłaty początkowej i 4 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Odpowiedź: $K(x) = 4x + 7;\ K(4) = 23$

Stała opłata jest wyrazem wolnym, a koszt kilometra współczynnikiem przy x. Podstawienie x=4 daje $4 \cdot 4 + 7 = 23$.

2. Firma modeluje koszt $K(x) = 4x + 7$ zł i przychód $R(x) = 6x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Odpowiedź: $x > \frac{7}{2}$

Porównujemy $(6)x > 4x + 7$. Odejmujemy $4x$: $2x > 7$, więc $x > \frac{7}{2}$; liczbę sztuk wybieramy całkowitą.

3. W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 4t + 7$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 27 °C?

Odpowiedź: $t = 5$ min

Rozwiązujemy $4t + 7 = 27$. Odejmujemy 7 i dzielimy przez 4: t=5.

4. Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 15$ oraz $f(5) = 27$. Wyznacz a i b.

Odpowiedź: $a = 4,\ b = 7$

Odejmujemy równania: $3a = 12$, więc a=4. Następnie $b = 15 - 2 \cdot 4 = 7$.